МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ АВИАСТРОИТЕЛЯ В.А. ОКУЛОВА КНИТУ-КАИ

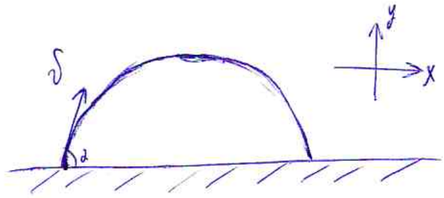
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

19.03.2023

ДАТА

ВАРИАНТ № 1

№1



Скорость по оси x равна $\vartheta_x = \vartheta \cdot \cos\alpha$, по оси y $\vartheta_y = \vartheta \cdot \sin\alpha$, где $\vartheta = 20 \frac{м}{с}$, $\alpha = 45°$. Пусть общее время движения t.

$\vartheta_y = gt - \vartheta_y \Rightarrow t = \frac{2\vartheta_y}{g} = \frac{2\vartheta \cdot \sin\alpha}{g} = 2\sqrt{2}\,с > 1$

1	2	3	4	5	Σ
10	10	10	10	10	50

За последнюю секунду тело по оси x пройдет

$S = \vartheta_x t - \vartheta_x (t-1) = \vartheta_x = \vartheta \cdot \cos\alpha$

по оси y:

$H = H_{t-1} - H_t = \vartheta_y (t-1) - \frac{g(t-1)^2}{2} - 0 = \vartheta \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{2\vartheta \cdot \sin\alpha - g}{g}\right) - \frac{g}{2} \cdot$

$\cdot \left(\frac{2\vartheta \cdot \sin\alpha - g}{g}\right)^2 = \frac{2\vartheta^2 \cdot \sin^2\alpha - \vartheta \cdot \sin\alpha \cdot g}{g} - \frac{(2\vartheta \cdot \sin\alpha - g)^2}{2g} = \frac{2\vartheta \cdot \sin\alpha - g}{g} \cdot (\vartheta \cdot \sin\alpha -$

$- \frac{2\vartheta \cdot \sin\alpha - g}{2}) = \frac{2\vartheta \cdot \sin\alpha - g}{2} = \vartheta \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2}$

так как в последний момент тело упадёт $H_t = 0$.

Тогда перемещение за последнюю секунду по т. Пифагора:

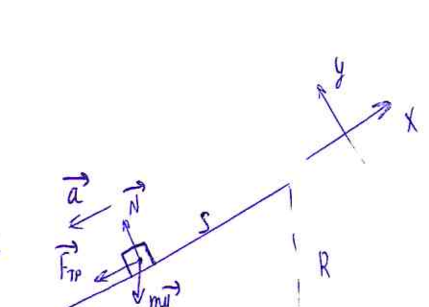
$R^2 = S^2 + H^2 = \vartheta^2 \cdot \cos^2\alpha + (\vartheta \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2})^2 = \vartheta^2 - \vartheta g \cdot \sin\alpha + \frac{g^2}{4} =$

$= 20^2 - 20 \cdot 9{,}8 \cdot \sin 45 + \frac{9{,}8^2}{4} = 285{,}4\ м^2$

$R = \sqrt{285{,}4} \approx 16{,}9\ м$

Ответ: 16,9 м.

№2



Расставим ~~запишем~~ силы, действующие в момент торможения и запишем 2 закон Ньютона в векторной форме и в виде проекций на оси X и Y.

$\vec{a}m = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$

Шифр (заполняется дежурным по аудитории)

К-10-04

$Oy: N = mg \cdot \cos\alpha$

$Ox: am = mg \cdot \sin\alpha + F_{тр}$

$F_{тр} = \mu N \Rightarrow am = mg \cdot \sin\alpha + \mu mg \cdot \cos\alpha$

$$a = g \cdot \sin\alpha + \mu g \cdot \cos\alpha$$

Необходимое для торможения расстояние $S_0 = \frac{v^2}{2a}$.

$S_0 = \frac{v^2}{2g(\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)}$, где α - угол наклона горы: $\sin\alpha = \frac{h}{S} = \frac{10}{100} = 0{,}1$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0{,}01} = \sqrt{0{,}99}$

$$S = \frac{v^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha)} = \left(\frac{50}{3}\right)^2 / \left(2\cdot 9{,}8 \cdot (0{,}1 + \sqrt{0{,}99}\cdot 0{,}5)\right) = 23{,}7 \text{ м} < 30 \text{ м}$$

Ответ: успеет.

№ 3

Далее уравнение Менделеева Клапейрона – уМК.
Запишем уМК для каждого из сосудов вначале.

$P_1V_1 = \nu_1 R T_1$, где V_1 - объём первого сосуда, ν_1 - кол-во вещ-ва кислорода, $P_1 = 10^5$ Па, $T_1 = 0°C$

$P_1V_1 = \frac{m}{M_1} R T_1$, где m - масса кислорода, M_1 - молярная масса O_2.

$P_2V_2 = \nu_2 R T_2 = \frac{m}{M_2} R T_2$, где V_2 - объём 2 сосуда, m - масса азота, M_2 - ~~мол~~ молярная масса N_2, $P_2 = 2\cdot 10^5$ Па, $T_2 = 100°C$.

Пусть после смешения газов в первом сосуде ~~он~~ осталось m_1 кислорода и добавилось m_2 азота.
P - новое давление. Запишем уМК для обоих сосудов:

$PV_1 = \nu_3 R T_1 = (\nu_{к1} + \nu_{а1}) R T_1 = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right) R T_1$

$PV_2 = \nu_4 R T_2 = (\nu_{к2} + \nu_{а2}) R T_2 = \left(\frac{m - m_1}{M_1} + \frac{m - m_2}{M_2}\right) R T_2 = \left(\frac{m}{M_1} + \frac{m}{M_2} - \frac{m_1}{M_1} - \frac{m_2}{M_2}\right) R T_2 =$

$= mRT_2\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) - RT_2 \cdot \frac{PV_1}{RT_1} = mRT_2\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) - \frac{PV_1T_2}{T_1}$

$P_2V_2 = \frac{m}{M_2} R T_2 \Rightarrow m = \frac{P_2V_2M_2}{RT_2}$

Из первых двух уМК: $\frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{T_1M_2}{T_2M_1} \Rightarrow V_1 = \frac{T_1P_2M_2}{T_2M_1P_1} V_2$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ АВИАСТРОИТЕЛЯ В.А. ОКУЛОВА КНИТУ-КАИ

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

19.03.2023

ДАТА

ВАРИАНТ № 1

Откуда:

$\cancel{P_2V_2}$ $PV_2 = RT_2\left(\frac{M_1+M_2}{M_1M_2}\right)\cdot\frac{P_2V_2M_2}{RT_2} - P\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{T_1P_2M_2}{T_2P_1M_1}V_2$

$$P\left(1+\frac{P_2M_2}{P_1M_1}\right) = \frac{P_2(M_1+M_2)}{M_1}$$

$$P = \frac{P_2(M_1+M_2)}{M_1} \Big/ \left(\frac{P_1M_1+P_2M_2}{P_1M_1}\right) = \frac{P_1P_2(M_1+M_2)}{P_1M_1+P_2M_2} = \frac{10^5\cdot 2\cdot 10^5(0{,}032+0{,}028)}{10^5\cdot 0{,}032+2\cdot 10^5\cdot 0{,}028} =$$

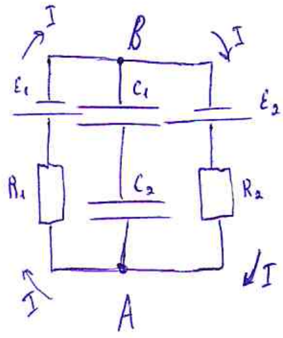
$= \cancel{136,}\ 136363{,}6364$ Па $\approx 136{,}36$ кПа

Ответ: 136,36 кПа.

№4

Конденсаторы подсоединены последовательно. След-но их суммарная ёмкость $C_0 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$, напряжение $U_0 = U_1+U_2$, заряд $q_0 = q_1 = q_2$.

Заметим, что через заряженные конденсаторы ток не течёт, след-но весь ток будет течь по внешнему контуру. Пусть ток течёт по часовой стрелке.



Запишем разность потенциалов точек A и B.

$\varphi_A - \varphi_B = IR_1 + \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 - IR_2 = U_0$

$I(R_1+R_2) = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{R_1+R_2} = \frac{40-10}{2+4} = 5$ А

След-но направление мы угадали ($I>0$).

$U_0 = IR_1 + \mathcal{E}_1 = 10 + 5\cdot 2 = 20$ В

$C_0 = \frac{q_0}{U_0}$, но $C_0 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{1\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-6}}{5\cdot 10^{-6}} = 8\cdot 10^{-7}$ Ф

$q_1 = q_2 = q_0 = C_0U_0 = 8\cdot 10^{-7}\cdot 20 = 16\cdot 10^{-6}$ Кл $= 16$ мкКл

Ответ: 16 мкКл.

Шифр (заполняется дежурным по аудитории)

К-10-04

№5

Минимальное расстояние между зарядами будет тогда, когда их скорости будут равны и сонаправлены (обозначим их как u.)

Вначале второму электрону придали энергию $E_1 = \cancel{|\varphi q|}\ |\varphi q|$, которая перешла в кинетическую $E_1 = \frac{m v^2}{2}$. $\Rightarrow \frac{m v^2}{2} = |\varphi q|$

Сила Кулона внутренняя $\Rightarrow$ можем записать ЗСИ:

$$m v = mu + mu \Rightarrow u = \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{2|\varphi q|}{m}} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{|\varphi q|}{2m}}$$

Теперь запишем ЗСЭ:

$$E_1 = \frac{m v^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{m u^2}{2} + W_п = m u^2 + \frac{k q^2}{R}$$

$$\Rightarrow |\varphi q| = \frac{k q^2}{R} + m \cdot \frac{|\varphi q|}{2m} \Rightarrow k \frac{q^2}{R} = \frac{|\varphi q|}{2}$$

$$k \frac{|q|}{R} = \frac{|\varphi|}{2}$$

$$R = \frac{2k|q|}{|\varphi|} = \frac{2 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{10^5} = 2{,}88 \cdot 10^{-14}\ м$$

Ответ: $2{,}88 \cdot 10^{-14}$ м.

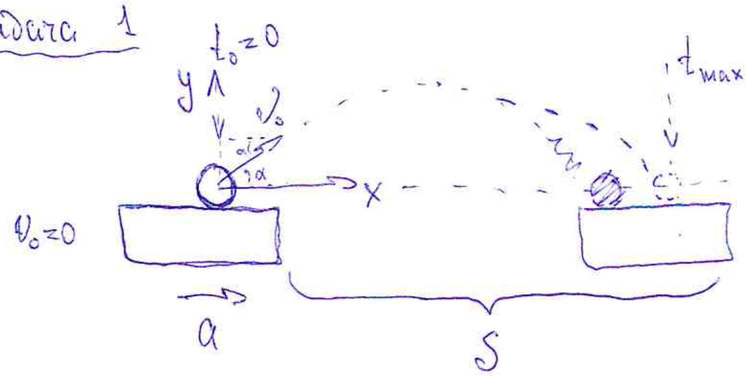
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ АВИАСТРОИТЕЛЯ
В.А. ОКУЛОВА КНИТУ-КАИ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

19.03.23
ДАТА

ВАРИАНТ № 2

Задача 1



$\frac{V_{max}}{V_{min}} = 2$

a - ?

1	2	3	4	5	Σ
10	10	10	9	5	44

Запишем ур-ие ~~...~~ зависимости $v(t)$ для мяча:

$$v(t) = \sqrt{\underbrace{(V_0\cos\alpha)^2}_{\text{Независимая величина}} + \underbrace{(V_0\sin\alpha - gt)^2}_{\text{Зависимая величина}}}, \quad t \in [t_0; t_{max}]$$

Видим, что скорость мяча максимальна при $gt = 0$ $\Rightarrow V_{max} = V_0$
и минимальна при $(V_0\sin\alpha - gt) = 0 \Rightarrow V_{min} = V_0\cos\alpha$

значит, $\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ур-ия движения мяча:

$$x\begin{cases} x = v\cos\alpha t \\ y = v\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$x = S$, $t = t_{max}$

При $t = t_{max}$ $v\sin\alpha - gt_{max} = -v\sin\alpha$

$$t_{max} = \frac{2v\sin\alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \cancel{\frac{2v^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}}\ v\cos\alpha \cdot t_{max}$$

Так как машина движется с ускорением a, причем её нач. скорость $v_0 = 0$,

то $S = \frac{at_{max}^2}{2} = v\cos\alpha\, t_{max}$

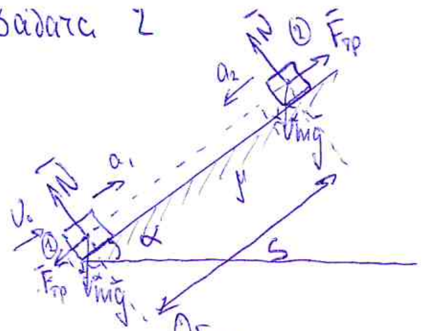
$$a = \frac{2v\cos\alpha}{t_{max}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot g \approx 17{,}32 \frac{м}{с^2}$$

Ответ: $a \approx 17{,}32\ \frac{м}{с^2}$

Шифр (заполняется дежурным по аудитории)

к-10-05

Задача 2



$\alpha = 30^\circ$

v_0 ; $\mu = 0{,}2$

$\dfrac{v_{конеч}}{v_{нач}}$ - ?

m - масса шайбы

Обозначим за v_0 - скорость шайбы в начале движения, v_1 - её скорость в конце. Из (.) 1 в (.) 2 она движется с ускорением a_1, а из (.) 2 в (.) 1 - с a_2.

Рассмотрим шайбу в (.) 1:

$$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha \\ ma_1 = -(F_{тр} + mg\sin\alpha) \end{cases} \Rightarrow a_1 = -g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$$ и направлено это ускорение против движения шайбы.

В (.) 2 шайба остановится, пробдя расстояние S ($v_{конеч} = 0$):

$$S = \frac{(v_{конеч})^2 - (v_{нач})^2}{2a}$$

$$S = \frac{-(v_0)^2}{-2g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{v_0^2}{2g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$$

Запишем закон сохранения энергии для данной ~~случая~~ задачи:

$$E_{к.1} = E_{к.2} + A_{F_{тр}}$$

так как $A_{F_{тр}}$ в 1-ом и во 2-ом случаях одинакова (также как и S), то $A_{F_{тр}} = 2S \cdot F_{тр}$

$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \frac{\cancel{m}v_1^2}{2} + \cancel{2} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{2g}(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} \cdot \mu \cancel{mg}\cos\alpha \quad \Big| \cdot 2$$

$$v_1^2 = v_0^2\left(1 - \frac{2\mu\cos\alpha}{(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}\right), \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_{конеч}}{v_{нач}} = \sqrt{\frac{v_1^2}{v_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{2\mu\cos\alpha}{\mu\cos\alpha + \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}} \approx \underline{0{,}78592}$$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ АВИАСТРОИТЕЛЯ В.А. ОКУЛОВА КНИТУ-КАИ

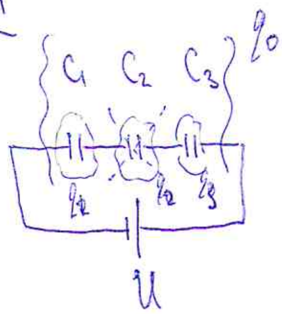
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

19.03.22

ДАТА

ВАРИАНТ № 2

Задача 4



$C_1 = 2$ мкФ
$C_2 = 1$ мкФ
$C_3 = 5$ мкФ

$U_0 = 200$ В
произошел эл. пробой конденсатора C_2

$Q_{пробоя}$ - ?

Найдем ~~общую~~ общую емкость цепи:

$$C_0 = \frac{C_1 C_2 \cdot C_3}{C_1 \cdot C_2 + C_2 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_3}$$ (послед. соед. конденсаторов)

$$C_0 = \frac{10}{2+5+10} = \frac{10}{17} \text{ мкФ}$$

Так как конденсаторы включены послед., то заряды, накапливаемые на них, будут равны между собой и равны q_0, ⇒

$$q = C \cdot U$$

⇒ $q_1 = q_2 = q_3 = q_0$, ⇒ $q_2 = q_0$

$C_2 \cdot U_2 = C_0 \cdot U_0$, где U_2 - напряжение которое падает на конденсатор C_2.

$$U_2 = \frac{C_0}{C_2} \cdot U_0 = \frac{10}{17} \cdot 200 \text{ (В)}$$

Количество теплоты, которое выделилось при пробое:

$$Q = \frac{C_2 \cdot U_2^2}{2} = Q_{пробоя}$$

$$Q_{пробоя} = \frac{10^2 \cdot 200^2}{17^2 \cdot 1} \approx 13840{,}83 \text{ мкДж}$$

Шифр (заполняется дежурным по аудитории)

К-10-05

Задача 3

$O_2 \xrightarrow{изл.} 2[O]$ (диссоциация молекул O_2) (1)

$O_2 + [O]^* \rightarrow O_3$ (2)

$p_0 = 10^5$ Па ; $p_2 = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па

$V = const$, $T = const$

$\frac{n(O_3)}{n(O_2)_{не\ д.}} = 0{,}1$ (?) степень диссоциации

Из условия задачи степень диссоциации => это:

$\eta = \frac{N(O_2)_{дис.}}{N_0}$, где N_0 - начальное кол-во молекул O_2 в сосуде

*[O] - атомарный кислород

Пусть число молекул O_2, вступивших в реакцию (1) - x, а количество молекул O_3, которое образовалось в сосуде после излучения - y.

Что происходит до и после излучения?

До: в сосуде находится O_2

~~В сосуде нах~~ После: в сосуде находится (O_3), который образовался после двух реакций, ($[O]$), который не превратился в O_3 (2), и O_2, который не диссоциировал и не участвовал в создании молекул O_3.

Из закона $p = nkT$ получаем, что $\frac{p_2}{p_0} = \frac{n_2}{n_0}$ ($T = const$)

Но т.к. $n = \frac{N}{V}$ и $V = const$, то $\frac{p_2}{p_0} = \frac{N_2}{N_0}$, =>

=> после всех реакций в сосуде образовалось $\left(\frac{p_2}{p_0} N_0\right)$ атомов и молекул

Тогда $\frac{n_i}{n_k} \Leftrightarrow \frac{N_i}{N_k}$.

Если $N(O_2)_{реаг} = x$, то $(N_0 - x)$ - число не диссоц. молекул O_2

Раз диссоциировало x молекул O_2, то на выходе получаем $(2x)$ атомов $[O]$

Но кол-во O_3 - y, => кол-во $[O]$, оставшихся в сосуде - $(2x - y)$.

Получаем систему

$$\begin{cases} \left(N(O_2)_{не\ д.} - \cancel{N(O_3)}\right) + N([O]) + \cancel{N(O_3)} = \frac{p_2}{p_1} N_0 \quad ? \\ \frac{N(O_3)}{N(O_2)_{не\ д.}} = 0{,}1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (N_0 - x) + (2x - y) = \frac{p_2}{p_1} N_0 \\ \frac{y}{N_0 - x} = 0{,}1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N_0 + x - y = \frac{p_2}{p_1} N_0 \\ y = 0{,}1(N_0 - x) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} N_0 + x - 0{,}1 N_0 + 0{,}1 x = \frac{p_2}{p_1} N_0 \\ 1{,}1 x = N_0\left(\frac{p_2}{p_1} - 0{,}9\right) \end{matrix}$$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ АВИАСТРОИТЕЛЯ
В.А. ОКУЛОВА КНИТУ-КАИ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

19.03.23
ДАТА

ВАРИАНТ № 2

Задача 3 (продолжение)

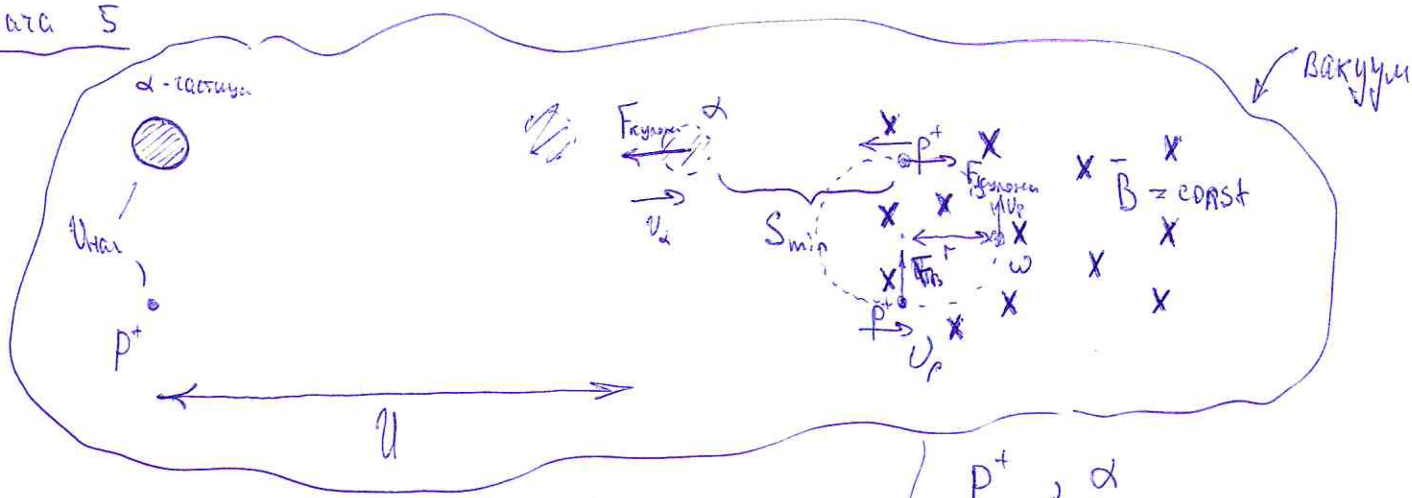
$$X = \frac{N_0\left(\frac{p_2}{p_1} - 0{,}9\right)\cdot 10}{11}$$

Отсюда найдем η:

$$\eta = \frac{N(O_2)_{дисс}}{N_0} = \frac{10\left(\frac{p_2}{p_1} - 0{,}9\right)\cdot \cancel{N_0}}{11\cdot \cancel{N_0}} = \frac{10\cdot 0{,}4}{11} \approx 0{,}364 = 36{,}4\ \%$$

Ответ: $\eta = 36{,}4\ \%$

Задача 5



p^+, α

U, $\bar{B} = 1$ Тл

$r = 4$ мм $= 4\cdot 10^{-3}$ м

$m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ кг; $M_\alpha = 4m_p$

$q_p = +1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл; $Q_\alpha = 2q_p$

$v_{нач} = 0$

S_{min} - ?

Так как протон и α-частица движутся в вакууме, то вся энергия, получ. в области разности потенциалов, идет на увеличение их скоростей:

$$E_{\Delta U} = E_к$$

Пусть v_α - скорость α, которую она получила в области U, v_p - скорость p^+:

$$\begin{cases} U\cdot q_{p^+} = \dfrac{m_p v_p^2}{2} & (p^+) \\ U\cdot Q_\alpha = \dfrac{M_\alpha \cdot v_\alpha^2}{2} \end{cases} \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2Uq_p}{m_p}}$$

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2UQ_\alpha}{M_\alpha}}$$

Шифр (заполняется дежурным по аудитории)

к-10-05

В постоянном магнитном поле ~~на~~ на протон будет оказываться действие этой среды, ~~что повлияет на его скорость~~. Направленное к центру миниой окружности ω.

В итоге протон совершит движение по полуокружности и после этого полетит навстречу α-частице.

Обозначим действие $\vec{B}$ как F_B.

движение по окружн с ускорением $m_p \cdot a = F_B$

$$a = \frac{F_B}{m_p} = \frac{(v_{после})^2}{2r}$$

$$v_{после} = \sqrt{\frac{2r F_B}{m_p}}$$ — скорость после движения по окружности

α-частица и p^+ будут сближаться до тех пор, ~~пока~~ ~~их~~ пока ~~скорость~~ сила Кулона F_K будет настолько большой.

$$F_K = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

(массы частиц пренебрежимо малы по сравнению с их зарядами)