

10 класс, 1 вариант

1. Самый сильный дождь был зарегистрирован 27 ноября 1970 года в Гваделупе, в восточной части Карибского моря, во время которого за 1 мин выпало 3,8 см осадков. Считая, что установившаяся скорость каплей воды диаметром 5 мм равна 9 м/с, оцените массу воды в виде капель в одном кубическом метре воздуха во время такого дождя.

Возможное решение.

Масса воды, которая выпала на площадь $S = 1 \text{ м}^2$ за 1 мин равна

$$m = \rho Sh = 1000 \cdot 1 \cdot 0,038 = 38 \text{ кг.}$$

За $t = 1$ мин упадут капли, находящиеся на высоте ниже

$$H = vt = 9 \cdot 60 = 540 \text{ м.}$$

Объем воздуха, в котором находились падающие капли

$$V = HS.$$

Масса воды в виде капель, приходящаяся на 1 м^3 , равна

$$\frac{m}{V} = \frac{\rho Sh}{HS} = \frac{38}{540} \approx 0,0704 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Эта величина гораздо меньше чем плотность воздуха (при температуре 25°C плотность воздуха равна $1,18 \text{ кг/м}^3$).

Ответ: $0,0704 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 70,4 \frac{\text{г}}{\text{м}^3}$.

2. На газовую плиту с горячей конфоркой поставили бак без крышки с 650 см^3 воды при 20°C . Через 8 мин в бак добавили 200 г воды с температурой 30°C и перемешали. Через какое общее время в баке окажется 700 г воды, если скорость подачи газа равна $1,15 \text{ г}$ в минуту? КПД конфорки считать постоянным 95% , удельная теплота сгорания газа равна 44 МДж/кг , удельная теплоемкость воды $4,19 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)}$, ее плотность 1000 кг/м^3 , удельная теплота парообразования $2,26 \text{ МДж/кг}$, теплоемкость бака $0,23 \text{ кДж/К}$.

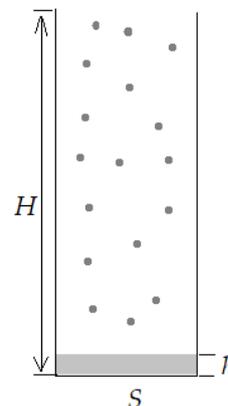
Возможное решение.

Оценим время нагрева до кипения τ^* ,
 $\eta G \tau^* = c_B m (t_K - t_{H1}) + c_6 (t_K - t_{H1}) = (c_B m + c_6) (t_K - t_{H1}) = (c_B \rho V + c_6) (t_K - t_{H1})$,

$$\text{где } G = 1,15 \frac{10^{-3} \text{ кг}}{60 \text{ с}} = 1,92 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{с}},$$

$$\Rightarrow \tau^* = \frac{(c_B \rho V + c_6) (t_K - t_{H1})}{\eta G} = \frac{(10^3 \cdot 6,5 \cdot 10^{-4} \cdot 4,19 \cdot 10^3 + 2,3 \cdot 10^2) \cdot (100 - 20)}{0,95 \cdot 1,92 \cdot 10^{-5} \cdot 4,4 \cdot 10^7} = 294 \text{ с} = 4,9 \text{ мин.}$$

Далее подводимая энергия пойдет на испарение в течении $3,1$ мин, затем после доливания воды температура понизится, потом снова пойдет нагрев, а затем испарение.



Но в итоге для общего процесса нагрева, испарения, теплообмена с добавленной порцией воды, последующего нагрева и испарения получится

$$\eta G \tau \kappa = (c_B m + c_6)(t_K - t_{H1}) + c_B \Delta m (t_K - t_{H2}) + (m + \Delta m - m_K) \lambda,$$

$$\tau = \frac{(c_B m + c_6)(t_K - t_{H1}) + c_B \Delta m (t_K - t_{H2}) + (m + \Delta m - m_K) \lambda}{\eta G \kappa} = 790 \text{ с} = 13,2 \text{ мин.}$$

Ответ: 13,2 мин.

3. Открытый цилиндрический сосуд с водой и длинная цилиндрическая тонкостенная колба, прикрепленная дном вверх к горизонтальной решетке АВ (рис.), первоначально находились при температуре 0°C . При этом расстояние до уровня воды было $\Delta h = 6 \text{ см}$, а давление воздуха в колбе и снаружи было равно атмосферному 10^5 Па . Затем, не доводя воду до кипения, эту систему нагрели до 100°C . Определить соответствующее смещение уровня воды в колбе, если диаметр сосуда в четыре раза больше диаметра колбы. В первом приближении тепловое расширение воды, колбы, давление водяного пара при $t = 0^\circ \text{C}$ не учитывать.

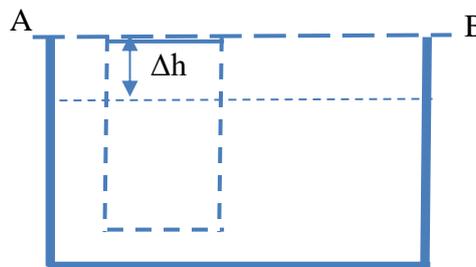


Рис.

Возможное решение

$$\frac{d_{ц}}{d_{к}} = 4, \quad \frac{\pi d_{к}^2}{4} \Delta h_2 = \frac{\pi}{4} (d_{ц}^2 - d_{к}^2) \Delta h_1,$$

$$\Rightarrow \Delta h_2 = 15 \Delta h_1,$$

Условие равновесия

$$P_0 + P = P_0 + \rho g (\Delta h_1 + \Delta h_2) = P_0 + \rho g 16 \Delta h_1,$$

где P – давление воздуха в колбе при температуре 100°C , $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ – атмосферное давление, равное давлению насыщенных паров воды при температуре 100°C .

$$\Rightarrow P = \rho g 16 \Delta h_1 = \frac{16}{15} \rho g \Delta h_2,$$

$$\frac{P_0 \Delta h}{T_0} = \frac{P (\Delta h + \Delta h_2)}{T} = \frac{16 \rho g \Delta h_2 (\Delta h + \Delta h_2)}{15 T},$$

$$\Rightarrow \Delta h_2^2 + \Delta h \Delta h_2 - \frac{15 T \Delta h P_0}{16 T_0 \rho g} = 0,$$

$$\Rightarrow \Delta h_2 = -\frac{\Delta h}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{2}\right)^2 + \frac{15 T \Delta h P_0}{16 T_0 \rho g}} =$$

$$= -0,03 + \sqrt{(0,03)^2 + \frac{15 * 373 * 0,06}{16 * 273} \frac{10^5}{10^3 * 10}} = 0,847 \text{ м} = 84,7 \text{ см}$$

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h_2}{15} = 0,056 \text{ м} = 5,6 \text{ см}$$

4. Два шарика из одинакового материала массами 10 г и 5 г испытывают абсолютно неупругое лобовое соударение, двигаясь навстречу друг другу со скоростями 8 м/с и 24 м/с соответственно. Определите, на сколько поднимется температура шариков, если удельная теплоемкость их материала равна $250 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$.

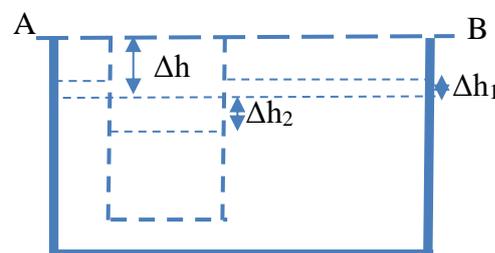


Рис.

Возможное решение

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u_x$$

$$\Rightarrow u_x = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\begin{aligned} \Delta E = E_0 - E_{\text{к}} &= \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) u_x^2}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \left[(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2} \right] = \Delta Q = c(m_1 + m_2) \Delta T \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c(m_1 + m_2) \Delta T = \frac{1}{2c(m_1 + m_2)} \left[(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2} \right] = 0,456 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Ответ: 0,456 °С.

5. Первоначально от источника питания на внешней нагрузке выделялась полезная мощность $P_1=100$ Вт. Затем, когда к нему параллельно подключили такой же источник питания, полезная мощность составила $P_2=150$ Вт. Какая полезная мощность будет выделяться, если эти источники подключить последовательно?

Решение.

$$P_1 = I_1^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{R+r} \right)^2 R = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{r}}{\frac{R}{r}+1} \right)^2 R \quad (1) \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{r} \right)^2 R = P_1 \left(\frac{R}{r} + 1 \right)^2 \quad (1^*)$$

$$P_2 = I_2^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{2}} \right)^2 R = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{r}}{\frac{R}{r}+\frac{1}{2}} \right)^2 R \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{\frac{R+\frac{1}{2}}{\frac{r}{2}}}{\frac{R}{r}+1} \right)^2 \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{\frac{P_1}{P_2}} - \frac{1}{2}}{1 - \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow P = I^2 R = \left(\frac{2\varepsilon}{R+2r} \right)^2 R = \left(\frac{2\frac{\varepsilon}{r}}{\frac{R}{r}+2} \right)^2 R = \frac{4\left(\frac{\varepsilon}{r}\right)^2 R}{\left(\frac{R}{r}+2\right)^2} = \frac{4P_1\left(\frac{R}{r}+1\right)^2}{\left(\frac{R}{r}+2\right)^2} = P_1 \left(\frac{2}{3-2\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}} \right)^2 =$$

214 Вт.

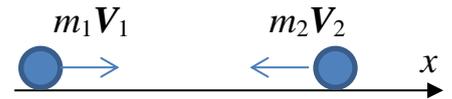


Рис.

10 класс, 2 вариант

1. Чему равен модуль перемещения точки А (рис.) колеса радиусом 0,6 м, сделавшего один с четвертью оборотов в процессе движения без проскальзывания по прямой дороге?

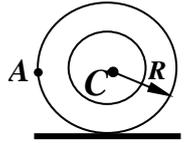


Рис.

Решение

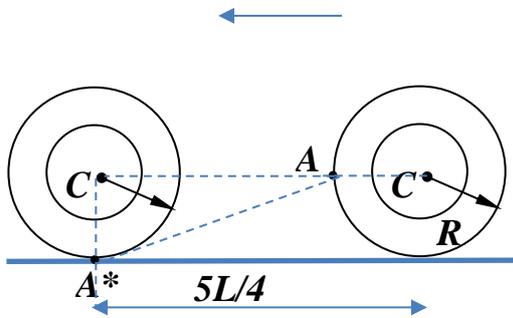


Рис. а

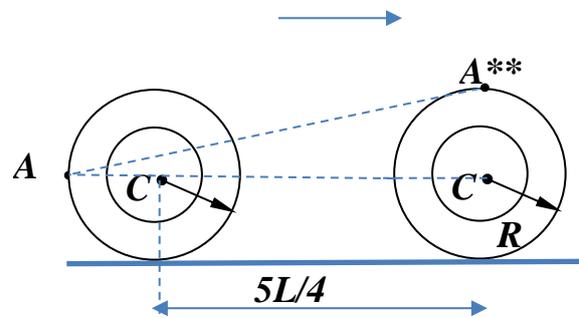


Рис. б

Возможны случаи движения колеса влево а. и вправо б.

$$a. l = AA^* = \sqrt{\left(\frac{5L}{4} - R\right)^2 + R^2} = R\sqrt{\left(\frac{5\pi}{2} - 1\right)^2 + 1} = 4,16 \text{ м.}$$

$$b. l = AA^{**} = \sqrt{\left(\frac{5L}{4} + R\right)^2 + R^2} = R\sqrt{\left(\frac{5\pi}{2} + 1\right)^2 + 1} = 5,35 \text{ м.}$$

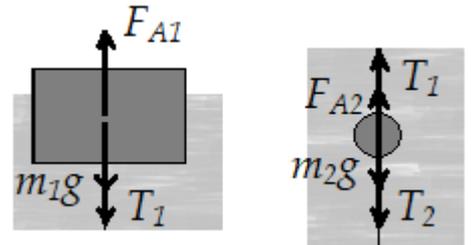
2. В цилиндрическом сосуде с водой находится деревянный брусок. Снизу бруска на нити прикреплен небольшой предмет, который с помощью другой нити прикреплен ко дну сосуда. Брусок не полностью погружен в воду. Сила натяжения верхней нити равна $T_1 = 1,7$ Н, нижней – $T_2 = 1,5$ Н. Площадь основания сосуда $S = 50$ см². В некоторый момент нить прикрепленный ко дну оборвалась. Насколько изменился уровень воды в сосуде? Чему стала равна сила натяжения верхней нити?

Возможное решение.

Условие равновесия бруска:

$$m_1 g + T_1 = F_{A1}. \quad (1)$$

$F_{A1} = \rho_v g V_{\text{п}}$, $V_{\text{п}}$ – объем погруженной части бруска в начальном состоянии.



Условие равновесия предмета:

$$m_2 g + T_2 = F_{A2} + T_1. \quad (2)$$

Из второго уравнения

$$m_2 g - F_{A2} = T_1 - T_2 > 0, \quad m_2 g > F_{A2}. \quad (3)$$

Плотность материала предмета больше плотности воды и он остается полностью погруженным.

Сложив уравнения (1) и (2), получим

$$(m_1 + m_2)g = \rho_v g V_{\text{п}} + F_{A2} - T_2. \quad (4)$$

После обрыва нижней нити

$$(m_1 + m_2)g = \rho_v g V'_{\text{п}} + F_{A2}. \quad (5)$$

$V'_{\text{п}}$ – объем погруженной части бруска после обрыва нити. Вычитая (4) из (5), получим

$$\rho_v g V_{\text{п}} - \rho_v g V'_{\text{п}} = T_2.$$

Отсюда найдем изменение объема погруженной части

$$\Delta V = V_{\text{п}} - V'_{\text{п}} = \frac{T_2}{\rho_v g}.$$

Уровень воды понизится на величину

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{T_2}{\rho_v g S} = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см}.$$

Условие равновесия второго тела после обрыва нити

$$m_2 g = T'_1 + F_{A2}.$$

$$m_2 g - F_{A2} = T'_1,$$

Из (3)

$$T'_1 = T_1 - T_2 = 0,2 \text{ Н.}$$

Ответ: понизится на $\Delta h = 3$ см, $T'_1 = 0,2$ Н.

3. Емкость поделена тонкими жесткими непроницаемыми мембранами на части, с объемами 1 л, 2 л, 3л, в которых по отдельности находятся азот, кислород, водород соответственно при давлениях 1 атм, 2 атм, 3 атм. Потом мембраны удалили. Какое давление установится в емкости через большой промежуток времени?

Возможное решение

Газ ведет себя независимо, при удалении мембран заполняет весь объем емкости , тогда

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_0 = P_1^* V,$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_0 = P_2^* V,$$

$$P_3 V_3 = \nu_3 R T_0 = P_3^* V, \quad \text{где } V = V_1 + V_1 + V_1 \text{ –общий объем.}$$

Промежуток времени большой, поэтому процесс можно рассматривать как изотермический.

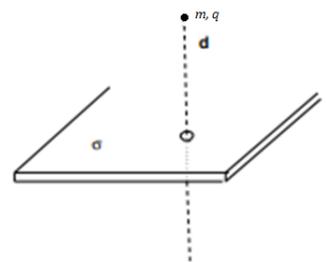
=> суммируя отдельно левые и правые части, имеем

$$P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3 = P_1^* V + P_2^* V + P_3^* V = (P_1^* + P_2^* + P_3^*) V = PV = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) R T_0 = \nu R T_0$$

$$\Rightarrow P = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3}{V_1 + V_1 + V_1} = \frac{7}{3} \text{ атм} = 2,33 \text{ атм.}$$

Ответ: 2,33 атм.

4. Протон ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) находится над равномерно заряженной пластины. Поверхностная плотность зарядов на пластине $\sigma = -6$ мкКл/м². Протон может свободно перемещаться вдоль прямой, перпендикулярной к пластине. В пластине имеется отверстие, через которое может проходить протон. Протон, находясь на расстоянии $d = 1$ см от пластины, имел скорость равную нулю и начал движение под действием электрического поля пластины. Найдите период колебаний протона. Размеры пластины намного превышают расстояние d . Силы сопротивления движению отсутствуют. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



Возможное решение.

Напряженность электрического поля, создаваемого заряженной пластиной

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Сила, действующая на протон

$$F = qE = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Ускорение протона

$$a = \frac{F}{m_p} = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 m_p}$$

Движение протона будет равноускоренным до достижения пластины. Время, за которое протон проходит расстояние d :

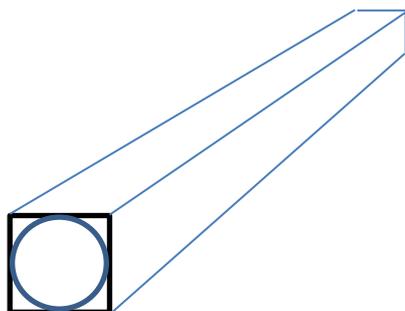
$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0 m_p d}{q\sigma}}$$

Период колебаний $T = 4t = 10^{-7}$ с.

Ответ: 0,1 мкс.

5. Проволоку квадратного сечения со стороной 1 мм, длиной 1 м и сопротивлением 100 Ом прокатали и преобразовали в проволоку круглого сечения диаметром 1 мм. Из этой проволоки можно сделать электронагреватели и включить их в разные розетки, на каждой из которых написано $U=220$ В и максимальная сила тока 10 А. За какое наименьшее время с помощью этих нагревателей можно нагреть до кипения 100 л воды с $t = 0$ °С? Потерями тепла пренебречь. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг °С), плотность воды 1000 кг/м³.

Решение



При преобразовании проволоки ее объем не изменится.

$$V = a^2 l_1 = \pi \frac{d^2}{4} l_2, \quad l_2 = \left(\frac{2a}{d}\right)^2 \frac{l_1}{\pi} = 1,27 \text{ м}$$

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad \rho = R_1 \frac{a^2}{l_1}, \quad R_2 = \rho \frac{l_2}{S_2} = R_1 \frac{a^2}{l_1} \left(\frac{2a}{d}\right)^2 \frac{4l_1}{(\pi d)^2} = \frac{16a^4}{\pi^2 d^4} R_1 = 162 \text{ Ом}$$

$$P_{I_{max}} = U I_{max}; \quad R_{I_{max}} = U / I_{max} = 22 \text{ Ом.}$$

$$l_{220\text{м}} = 0,1725 \text{ м.}$$

Из 1,27 м можно сделать 7 кусков по 0,17 м с сопротивлением 22 Ом. Если включить каждый кусок в отдельную розетку, то можно получить мощность 2200 Вт (максимальную для одной розетки). Суммарная мощность 15400 Вт.

Время нагрева воды составит

$$\Delta\tau = \frac{Q}{P_{\text{общ}}} = \frac{100 \text{ кг} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{С}} \cdot 100^\circ\text{С}}{15400 \text{ Вт}} = 2727 \text{ с} = 45,45 \text{ мин.}$$

10 класс, 3 вариант

1. Скорость воды в реке 2 м/с, ширина реки 30 метров. Пловец переплыл реку за 50 секунд, его скорость относительно воды все время составляла 1 м/с. На сколько метров его «снесло» вдоль по течению? Считать движение прямолинейным.

Решение.

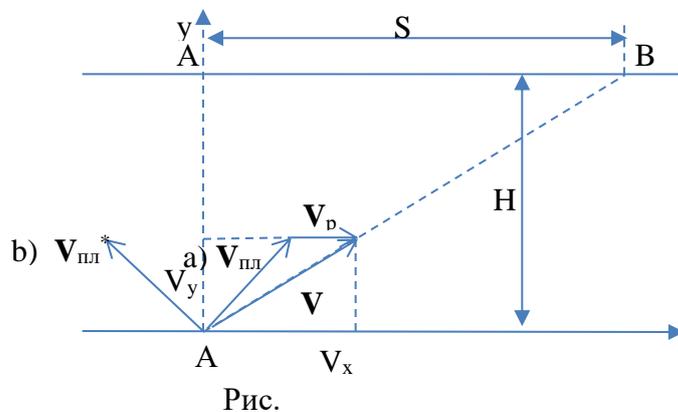
Случай а) $V_y = \frac{H}{t}$,

$$V_{пл,x} = \sqrt{V_{пл}^2 - V_y^2} = \sqrt{V_{пл}^2 - \left(\frac{H}{t}\right)^2},$$

=>

$$S = (V_{пл,x} + V_p)t = \left(\sqrt{V_{пл}^2 - \left(\frac{H}{t}\right)^2} + V_p \right) t = 140 \text{ м.}$$

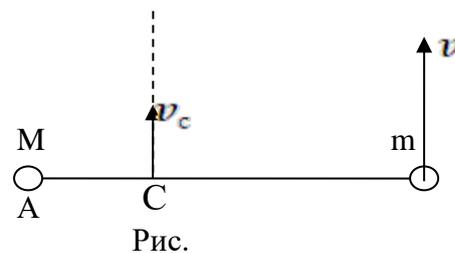
Случай б) $S = \left(-\sqrt{V_{пл}^2 - \left(\frac{H}{t}\right)^2} + V_p \right) t = 60 \text{ м.}$



2. В космическом пространстве движутся два шарика (с массами $M=100$ кг и $m=30$ кг), связанные нерастяжимой и невесомой нитью длиной $l=1$ м. В некоторый момент времени скорость одного шарика равна нулю, а другого равна $v=10$ м/с, причем ее направление перпендикулярно нити. Определить силу натяжения нити в этот момент. Гравитационным взаимодействием пренебречь.

Возможное решение.

Внешних сил нет, поэтому систему шариков рассматриваем как замкнутую. Пусть шарик с массой m имеет в данный момент вектор скорости v . Проведем через нить и этот вектор плоскость (Рис.). Тогда вектор скорости движения центра масс C равен по модулю $v_c = \frac{mv}{M+m} = \text{const}$ и лежит в



проведенной плоскости. Нетрудно понять, что относительно инерциальной системы отсчета центра масс движение шариков будет происходить синхронно в противоположных направлениях по круговым орбитам соответствующих радиусов. Например, в этой системе отсчета скорость движения шарика M по модулю постоянна и равна $W' = v_c$, а расстояние его от центра масс C равно $R = \frac{lm}{M+m}$. Тогда сила натяжения нити равна

$$T = M \frac{W'^2}{R} = \frac{v^2}{l} \frac{Mm}{M+m} = 2,31 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2,31 \text{ кН.}$$

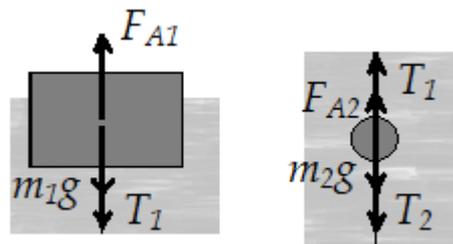
3. В цилиндрическом сосуде с водой находится деревянный брусок. Снизу бруска на нити прикреплен небольшой предмет, который с помощью другой нити прикреплен ко дну сосуда. Брусок не полностью погружен в воду. Сила натяжения верхней нити равна $T_1 = 1,5$ Н, нижней – $T_2 = 1,7$ Н. Площадь основания сосуда $S = 50$ см². В некоторый момент брусок освободился от крепления к нити. Насколько изменился уровень воды в сосуде? Какой стала равна сила натяжения нижней нити?

Возможное решение.

Условие равновесия бруска:

$$m_1 g + T_1 = F_{A1} = \rho_v g V_{\Pi}. \quad (1)$$

где, V_{Π} – объем погруженной части бруска в начальном состоянии.



Условие равновесия предмета:

$$m_2 g + T_2 = F_{A2} + T_1 \quad \text{или} \quad F_{A2} - m_2 g = T_2 - T_1 > 0 \quad (2)$$

$\Rightarrow m_2 g < F_{A2}$, \Rightarrow плотность материала предмета меньше плотности воды. Т.е. избыток силы Архимеда над силой тяжести уравнивается преобладанием силы натяжения нижней нити.

После обрыва верхней нити условие равновесия:

$$m_2 g - F_{A2} = T_2', \quad (3)$$

Из (2), (3) имеем $T_2' = T_2 - T_1 = 0,2$ Н.

А для бруска: $m_1 g = \rho_v g V_{\Pi}'$. (4)

V_{Π}' – объем погруженной части бруска после обрыва нити.

Из (1), (4) $\Rightarrow \rho_v g V_{\Pi} - \rho_v g V_{\Pi}' = T_1$.

Отсюда изменение объема погруженной части

$$\Delta V = V_{\Pi} - V_{\Pi}' = \frac{T_1}{\rho_v g}$$

Уровень воды понизится на величину

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{T_1}{\rho_v g S} = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см.}$$

Ответ: понизится на $\Delta h = 3$ см. $T_2' = 0,2$ Н.

4. Под поршнем с массой 3 кг в горизонтально лежащем цилиндрическом стакане площадью сечения 10 см² находится газ при давлении $P_0 = 10^5$ Па (рис.). Цилиндр медленно переворачивают и устанавливают вертикально дном вверх (1-е положение), а затем медленно переворачивают и устанавливают вертикально дном вниз (2-е

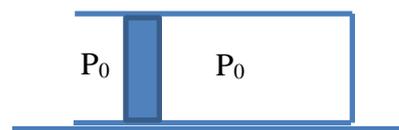


Рис.

положение). Определить отношение расстояний поршня от дна стакана для этих положений. Максимальная сила трения покоя поршня о стенки цилиндра 10 Н.

Возможное решение.

$$T = \text{const},$$

$$V_0 P_0 = V_1 P_1 = S h_1 P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{V_0 P_0}{S h_1},$$

$$V_0 P_0 = V_2 P_2 = S h_2 P_2 \Rightarrow P_2 = \frac{V_0 P_0}{S h_2},$$

$$F_{\text{тр}} + S P_0 = P_1 S + m g \Rightarrow \frac{F_{\text{тр}} - m g}{S} + P_0 = P_1 = \frac{V_0 P_0}{S h_1} \Rightarrow h_1 = \frac{V_0 P_0}{S \left(\frac{F_{\text{тр}} - m g}{S} + P_0 \right)} =$$

$$\frac{V_0 P_0}{F_{\text{тр}} - m g + P_0 S'}$$

$$m g + S P_0 = P_2 S + F_{\text{тр}} \Rightarrow \frac{m g - F_{\text{тр}}}{S} + P_0 = P_2 = \frac{V_0 P_0}{S h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{V_0 P_0}{S \left(\frac{-F_{\text{тр}} + m g}{S} + P_0 \right)} =$$

$$\frac{V_0 P_0}{-F_{\text{тр}} + m g + P_0 S'}$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{P_0 S - F_{\text{тр}} + m g}{P_0 S + F_{\text{тр}} - m g} = 1,5$$

Ответ: $\frac{h_1}{h_2} = 1,5$

5. Статор и ротор электродвигателя соединены последовательно и имеют общее сопротивление $R = 61$ Ом. Электродвигатель подключен к источнику постоянного тока напряжением $U = 220$ В. Какую максимальную механическую мощность может развить данный двигатель? Каков будет при этом к.п.д. двигателя?

Возможное решение.

Мощность, отдаваемая источником, идет на нагрев обмоток и на механическую работу:

$$UI = I^2 R + P_{\text{мех}}.$$

Отсюда

$$P_{\text{мех}} = UI - I^2 R$$

Видно, что зависимость $P_{\text{мех}}$ от тока I имеет квадратичный характер, график ее – парабола. Для проведения анализа сделаем тождественные преобразования

$$\begin{aligned} P_{\text{мех}} = UI - I^2 R &= -R \left(I^2 - \frac{U}{R} I \right) = -R \left[\left(I^2 - \frac{U}{R} I + \left(\frac{U}{2R} \right)^2 \right) - \left(\frac{U}{2R} \right)^2 \right] = \\ &= -R \left(I - \frac{U}{2R} \right)^2 + \frac{U^2}{4R} \end{aligned}$$

Отсюда видно, что $P_{\text{мех}}$ достигает максимума при $I_m = \frac{U}{2R}$.

Т.е. максимальная механическая мощность равна $P_{\text{макс}} = \frac{U^2}{4R} = 198$ Вт.

Соответственно к.п.д. равен $\eta = \frac{P_{\text{макс}}}{UI_m} = \frac{1}{2}$.