11 класс, 1 вариант

1. На рис. изображен график средней скорости движения автомобиля от пройденного пути. Найти отношение его средних скоростей на участке торможения и за последние двенадцать минут движения.

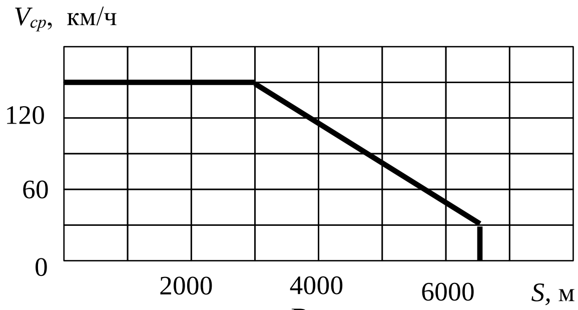


Рис.

Возможное решение

На участке от 0 км до 3 км – этап равномерного движения.

На участке от $S_1 = 3$ км $= 3000$ м до $S_2 = 6{,}5$ км $= 6500$ м – этап торможения, движение с уменьшающейся средней скоростью от $V_{\text{ср}1} = 150\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 150\,\frac{1000\text{ м}}{3600\text{ с}} \approx 41{,}7\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $V_{\text{ср}2} = 30\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 30\,\frac{1000\text{ м}}{3600\text{ с}} = 8{,}33\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Соответствующие моменты времени равны

$$t_1 = \frac{S_1}{V_{\text{ср}1}} = \frac{3000\text{ м}}{\left(\frac{150}{3{,}6}\right)\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 72\text{ с} \quad \text{и} \quad t_2 = \frac{S_2}{V_{\text{ср}2}} = \frac{6500\text{м}}{\left(\frac{30}{3{,}6}\right)\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 780\text{ с}$$

$$=> \quad V_{\text{ср}12} = \frac{S_{21}}{t_2 - t_1} = \frac{6500 - 3000}{780 - 72} \approx 4{,}94\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 17{,}8\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

При $S = S_2 = 6500$ м средняя скорость лежит в диапазоне от $30\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ до нуля, т.к. после остановки падает со временем от $30\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ до нуля.

Такой график движения можно интерпретировать как движение автомобиля с аварией: равномерное движение, затем торможение и столкновение с неподвижным препятствием (например, со столбом).

Т.к. $\Delta t = 12 * 60 = 720\text{ с} > t_2 - t_1 = 708\text{ с}$. => Начало рассматриваемого промежутка движения происходит при $t_0 = t_2 - \Delta t = 780 - 720 = 60\text{ с}$ и $S_0 = V_{\text{ср}1} t_0 = 41{,}7\,\frac{\text{м}}{\text{с}} * 60с = 2502$ м.

$$\text{Тогда } V_{\text{ср},\Delta t} = \frac{S_2 - S_0}{\Delta t} = \frac{6500 - 2502}{720} = 5{,}55\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$=> \quad \frac{V_{\text{ср}12}}{V_{\text{ср},\Delta t}} = \frac{4{,}94}{5{,}55} = 0{,}89$$

Ответ: $\mathbf{0{,}89}$.

2. Расходящийся пучок электронов выходит под углом $\alpha_0 = 45^\circ$ через малое отверстие **A** в пластине конденсатора и попадает в однородное электрическое поле с напряженностью 4 кВ/м, причем угол расхождения пучка равен $\Delta\alpha = 15^\circ$ (рис.). Определите ширину второго отверстия **BC,** сделанного в пластине, через которое пучок полностью выводится из области электрического поля. Заряд, масса электрона равны $e = 1{,}6 * 10^{-19}$ Кл, $m = 9{,}1 * 10^{-31}$ кг. Начальная энергия отдельного электрона 100 эВ, 1 эВ $= 1{,}6 * 10^{-19}$ Дж.

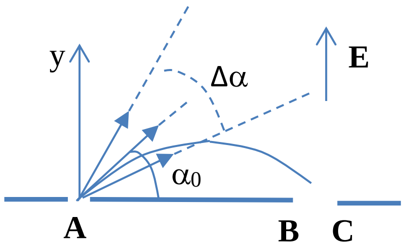


Рис.

Возможное решение

В направлении оси x электроны двигаются равномерно, а в направлении оси y – равнопеременно с ускорением $a_y = -\frac{eE}{m}$. $a = |a_y| = \frac{eE}{m}$

В момент возврата на уровень пластины

$$v_y = v_{0y} - at_п = v_0 \sin\alpha - at_п = -v_0 \sin\alpha$$

$$=> \quad t_п = \frac{2v_0 \sin\alpha}{a}$$

$$=> \quad x_п = v_{0x}t_п = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{a} = \frac{{v_0}^2 \sin 2\alpha}{a}$$

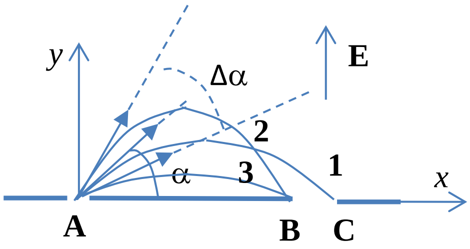


Рис.

Отсюда видно, что при $\alpha = \alpha_0 = 45^o$ дальность полета максимальна $x_{п0} = \frac{{v_0}^2}{a}$ (траектория 1), соответственно попадание электрона в точку С. При симметричном увеличении или уменьшении начального угла вылета дальность полета монотонно уменьшается (траектории 2 или 3, точка В)

$$x_п{}^* = \frac{{v_0}^2 \sin\left[2\left(\alpha_0 \pm \frac{\Delta\alpha}{2}\right)\right]}{a} = \frac{{v_0}^2 \sin[90^o \pm \Delta\alpha\,]}{a} = \frac{{v_0}^2\, cos\,\Delta\alpha}{a}$$

и электроны приходят в одну и ту же точку на плоскости пластины.

$$=> \quad \Delta x_{BC} = x_{п0} - x_п{}^* = \frac{{v_0}^2(1 - cos\,\Delta\alpha)}{a} = \frac{m{v_0}^2(1 - cos\,\Delta\alpha)}{eE} = \frac{2\,W(1 - cos\,\Delta\alpha)}{eE},$$

где $W = \frac{m{v_0}^2}{2}$

$$=> \quad \Delta x_{BC} = 1{,}7 * 10^{-3}\text{м} = 1{,}7\ \text{мм}.$$

3. Мальчик решил определить возможную максимальную высоту наклоненной колонны, построенную из сложенных друг на друга кубиков (сторона 4 см). Для каждого следующего кубика он делал смещение на 2 мм. Какой максимальной высоты колонну он смог построить при этом?

Возможное решение

Выберем начало системы координат на середине нулевого кубика (рис.) Колонна упадет, если координата x_c центра масс кубиков, лежащих на нулевом нижнем кубике, выйдет за основание, т.е. когда $x_c \geq \frac{L}{2}$ (знак равенства соответствует устойчивому состоянию).

Координаты центров масс кубиков

$$x_1 = \Delta a = 2мм, \qquad x_2 = 2\Delta a, \quad \ldots \quad x_n = n \cdot \Delta a.$$

Тогда координата центра $x_c = \dfrac{x_1 m + x_2 m + \ldots + x_n m}{mn} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$.

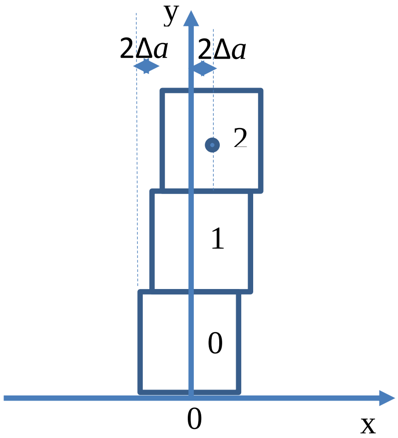


Рис.

Если n=1, то $x_{c1} = \Delta a = \dfrac{2\Delta a}{2} = \dfrac{(1+1)\Delta a}{2}$,

$x_{c2} = \dfrac{\Delta a + 2\Delta a}{2} = \dfrac{3\Delta a}{2} = \dfrac{(2+1)\Delta a}{2}$,

$x_{c3} = \dfrac{\Delta a + 2\Delta a + 3\Delta a}{3} = \dfrac{6\Delta a}{3} = 2\Delta a = \dfrac{4\Delta a}{2} = \dfrac{(3+1)\Delta a}{2}$,

$x_{c4} = \dfrac{\Delta a + 2\Delta a + 3\Delta a + 4\Delta a}{4} = \dfrac{5\Delta a}{2} = \dfrac{(4+1)\Delta a}{2}$, … Видно, что $x_{cn} = \dfrac{(n+1)\Delta a}{2}$

При устойчивом равновесии $x_{cn} = \dfrac{(n+1)\Delta a}{2} < \dfrac{L}{2}$, откуда $n < \dfrac{L}{\Delta a} - 1$

=> Максимальное число кубиков устойчивой колонны равно целому значению $N = n + 1 = \dfrac{L}{\Delta a} = \dfrac{40}{2} = 20$. => $H = L * N = 4 * 20 = 80$ см.

Ответ: 80 см.

4. Два бруска были расположены вплотную друг к другу на горизонтальной поверхности (рис.). Когда в первом опыте бруски толкнули вправо с скоростью v, первый брусок переместился на расстояние 30 см и остановился, а второй – соответственно на 40 см. Когда во втором опыте бруски соединили опять также вместе, а затем толкнули уже влево с такой же скоростью v, то оба бруска одинаково переместились на расстояния 35 см и остановились. Определите массу m_2, если $m_1 = 4$ кг.

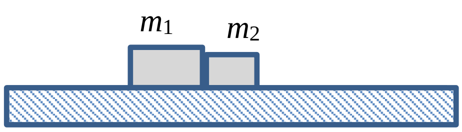


Рис.

Возможное решение

Направим ось x вправо. В первом опыте бруски смещаются на разные расстояния в случае, когда коэффициенты трения у них различны, причем $\mu_1 > \mu_2$. Тогда в первом случае

$m_1 a_{1x} = -\mu_1 m_1 g, \qquad m_2 a_{2x} = -\mu_2 m_2 g,$ =>

$$|a_{1x}| = a_1 = \mu_1 g = \frac{v^2}{2S_1}, \qquad |a_{2x}| = a_2 = \mu_2 g = \frac{v^2}{2S_2},$$

т.к. $S_1 < S_2$, то $a_1 > a_2$.

Во втором опыте при движении влево бруски, т.к. $\mu_1 > \mu_2$, смещаются не разделяясь с ускорением a до остановки.

$$(m_1 + m_2)a_x = (m_1 + m_2)a = \mu_1\, m_1 g + \mu_2\, m_2 g = \ m_1 a_1 + m_2 a_2 \quad =>$$

$$(m_1 + m_2)\frac{v^2}{2S} = m_1\frac{v^2}{2S_1} + m_2\frac{v^2}{2S_2}, \ => m_1\frac{1}{S_1} + m_2\frac{1}{S_2} = \frac{(m_1+m_2)}{S},$$

$$=> \ m_2 = \frac{m_1\left(\frac{1}{S}-\frac{1}{S_1}\right)}{\left(\frac{1}{S_2}-\frac{1}{S}\right)} = \frac{m_1(S_1-S)S_2}{(S-S_2)S_1} = 5{,}33 \text{ кг.}$$

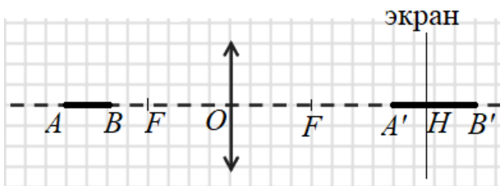
Ответ: $\boldsymbol{m_2 = 5,33}$ **кг.**

5. Светящаяся нить филаментной лампы длиной 10 см расположена вдоль на оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием 20 см. Диаметр линзы равен 5 см. Ближайший к линзе конец нити находится на расстоянии 30 см от линзы. На другой стороне линзы на расстоянии 48 см находится экран, плоскость которого перпендикулярна оптической оси. Найти диаметр светлого пятна, создаваемого светящейся нитью на экране. Диаметр линзы 5 см. Толщиной нити пренебречь.

Возможное решение

Обозначим

$x_A = AO = 40$ см, $x_B = BO = 30$ см, $y_A = OA'$, $y_B = OB'$, $y_Э = OH = 48$ см.



Найдем положения изображений концов нити A' и B' .

По формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{x_A} + \frac{1}{y_A} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{x_B} + \frac{1}{y_B} = \frac{1}{F}.$$

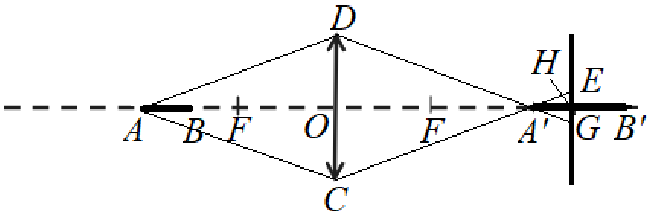
Отсюда

$$y_A = \frac{x_A F}{x_A - F} = 40 \text{ см}, \qquad y_B = \frac{x_B F}{x_B - F} = 60 \text{ см}.$$

Экран находится между точками A' и B' .

Диаметр светлого пятна на экране определяется лучами, проходящими вблизи краев линзы. Наибольший размер пятна дают лучи исходящие из концевых точек A и B нити.

Найдем диаметр пятна $d_A = EG$, образуемого лучами, исходящими из точки A.

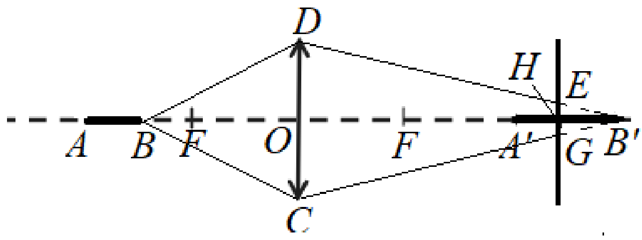


Из подобия треугольников DCA′ и A′EG:

$$\frac{EG}{CD} = \frac{A'H}{OA'}, \qquad EG = \frac{A'H}{OA'}CD, \qquad A'H = OH - OA' = y_э - y_A, \qquad CD = d_л = 5 \text{ см}.$$

$$d_A = \frac{y_э - y_A}{y_A} d_л = \frac{48 - 40}{40} 5 = 1 \text{ см}.$$

Найдем диаметр пятна d_B, образуемого лучами, исходящими из точки B. Из подобия треугольников DCB′ и B′EG:



$$\frac{EG}{CD} = \frac{B'H}{OB'}, \qquad EG = \frac{B'H}{OB'}CD, \qquad B'H = OB' - OH = y_B - y_э.$$

$$d_B = \frac{y_B - y_э}{y_B} d_л = \frac{60 - 48}{60} 5 = 1 \text{ см}.$$

Диаметр пятна, создаваемого всей нитью равен наибольшему из d_A и d_B. В нашем случае

$$d_A = d_B = 1 \text{ см}.$$

11 класс, 2 вариант

1. Моторная лодка, двигаясь вверх по реке, проплыла мимо плывущего бревна и далее двигалась 45 мин. Затем причалила к берегу и там находилась полчаса. Потом лодка начала движение вниз по реке и через 1 час 30 мин проплыла мимо бревна. Расстояние между первой и второй встречами было 7 км. Определите скорости течения реки и лодки, если скорость реки и скорость движения лодки относительно берега были постоянными.

Возможное решение

Пусть $\Delta t_1, \Delta t_2, \tau$ – времена движения лодки вверх, вниз по течению реки и стоянки соответственно. Δl- расстояние между первой и второй встречами лодки с бревном. $v_л$ – скорость лодки относительно берега.

Тогда

$$v_л \Delta t_2 - v_л \Delta t_1 = \Delta l$$

=> $v_л = \frac{\Delta l}{\Delta t_2 - \Delta t_1} = \frac{7}{\frac{3}{4}} = 9{,}33\,\frac{км}{ч}$,

$v_р(\Delta t_1 + \tau + \Delta t_2) = \Delta l$ =>

$$v_р = \frac{\Delta l}{\Delta t_1 + \tau + \Delta t_2} = \frac{7}{\frac{11}{4}} = 2{,}55 \approx 2{,}6\,\frac{км}{ч}$$

Тогда скорости движения лодки относительно воды при движении вверх и вниз соответственно были равны:

$$v_{л1}^* = v_л + v_р = 11{,}88 \approx 11{,}9\,\frac{км}{ч},$$

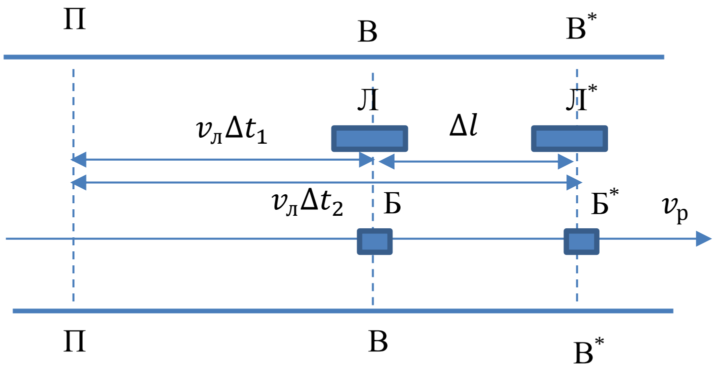


Рис.

$$v_{л2}^* = v_л - v_р = 6{,}78\,\frac{км}{ч},$$

Ответ: $\boldsymbol{v_р = 2{,}55\,\frac{км}{ч}}$, $\boldsymbol{v_{л1}^* = v_л + v_р = 11{,}9\,\frac{км}{ч}}$, $\boldsymbol{v_{л2}^* = v_л - v_р = 6{,}78\,\frac{км}{ч}}$,

2. В цилиндрическую емкость объемом 320 мл, на три четверти заполненную водой, опустили шарик. При этом из емкости вылилось 50 мл воды, а шарик на 17 % своего объема высовывается из воды. Необходимо определить радиус шарика и его плотность. Плотность воды 1000 кг/м^3, масса шарика 0,132 кг. В каком состоянии находился шарик?

Возможное решение

$V_ш = V_е - V_в + 0{,}17V_ш$ =>

$$V_ш = \frac{V_е - V_в}{0{,}83} = \frac{V_е - (V_{в0} - \Delta V_в)}{0{,}83} = \frac{V_е - \left(\frac{3}{4}V_е - \Delta V_в\right)}{0{,}83} = \frac{\frac{1}{4}V_е + \Delta V_в}{0{,}83} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

, где $V_{в0}$ – начальный объем воды. => $r = \sqrt[3]{\frac{3\left(\frac{1}{4}V_е + \Delta V_в\right)}{0{,}83 * 4\pi}} = 3{,}34$ см.

$$=> \quad \rho_ш = \frac{m_ш}{V_ш} = \frac{0{,}83\ m_ш}{\left(\frac{1}{4}V_{ст} + \Delta V_в\right)} = 0{,}843\ \frac{г}{см^3}.$$

Условие плавания $\rho_в V_{шп} g = mg = \rho_ш V_ш g$, где $V_ш, V_{шп}$ – общий и погруженный объемы шарика. => $\frac{V_{шп}}{V_ш} = \frac{\rho_ш}{\rho_в} = 0{,}843$ =>

Т.к. $\frac{V_{ш,выступ}}{V_ш} = \frac{V_ш - V_{шп}}{V_ш} = 1 - 0{,}843\ = 0{,}157\ < 0{,}17$, это возможно только когда шарик, частично погруженный в воду, опирается на дно емкости.

Ответ : $\boldsymbol{r = 3,34}$ **см.** $\boldsymbol{\rho_ш = 0,843\ \frac{г}{см^3}}$**, шарик, частично погруженный в воду, опирается на дно емкости.**

3. К телу массой 3 кг приложены две противоположно направленные силы (рис. a), которые меняются со временем (см графики b,c). Правая нить прикреплена к неподвижной стойке. Найти смещение тела за 0,4 с. Весом блока пренебречь, нити длинные, невесомые и нерастяжимые. Первоначально тело покоилось, а коэффициент его трения о поверхность равен 0,3.

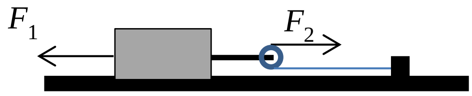


Рис. a

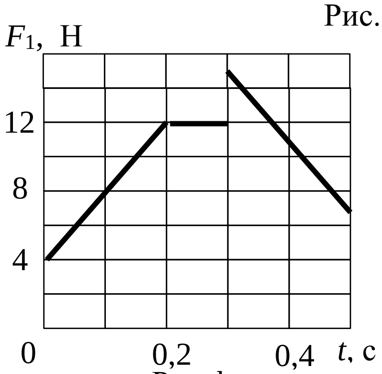


Рис. b

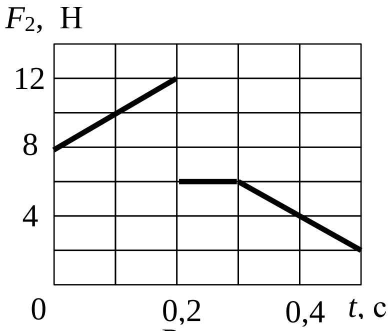


Рис. c

Возможное решение

Пусть ось x направлена вправо вдоль поверхности. Справа на тело из-за наличия блока будет действовать удвоенная сила $2F_2$, поэтому $F_{12x} = 2\ F_2 - F_1$. Путем вычитания графиков, приведенных на рис. b и d, с учетом множителя 2 построим график F_{12x} – см. рис. d.

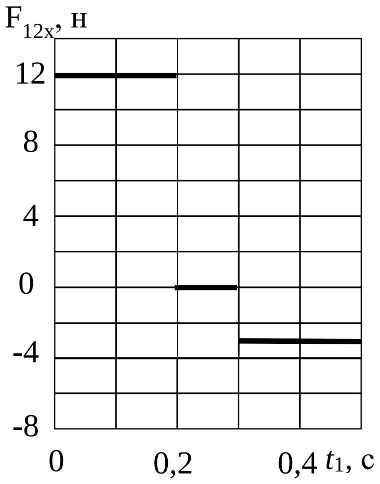


Рис. d

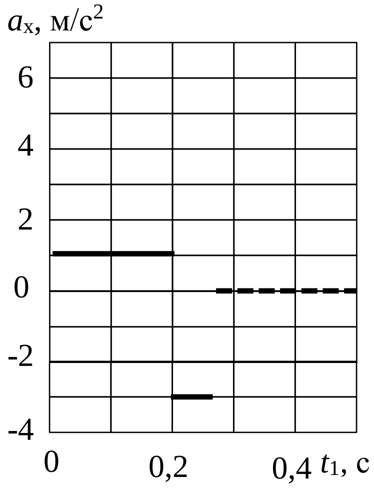


Рис. g

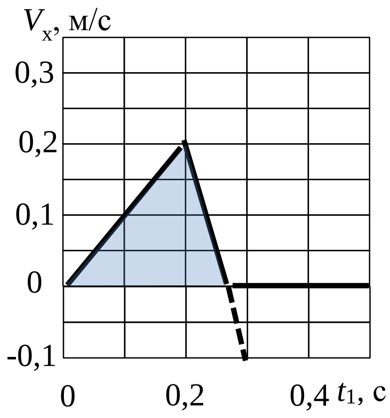


Рис. *h*

При учете силы трения $F_{\text{тр}} = \mu mg = 0{,}3 * 3 * 10 = 9$ Н, определяем ускорения $a = \frac{F_{12x} - F_{\text{тр}}}{m}$ и строим график ускорения – рис. g. Тело сначала ускоряется, затем останавливается при нулевой скорости и далее остается в покое, т.к. сила трения меняет направление на противоположное, а приложенная результирующая сила меньше силы трения скольжения.

На основании графика на рис.g. строим график скорости V_x от времени (рис.*h*).

Смещение тела равно площади под кривой на этом графике

$$x = \frac{1}{2} * 0{,}2 * \left(0{,}2 + 0{,}1 * \frac{2}{3}\right) = 0{,}0267 \text{ м} = 2{,}67 \text{ см}.$$

Ответ: 2,67 см.

4. Маленький грузик массой m с зарядом q, привязанный невесомой нерастяжимой леской длиной l к точке крепления А, лежит на гладкой горизонтальной плоскости (рис.). В точке А находится закрепленный точечный заряд Q_0. Какую минимальную скорость необходимо сообщить грузику в вертикальном направлении, чтобы он совершил полуоборот по окружности.

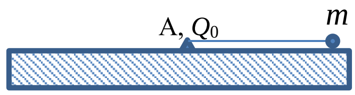


Рис.

Возможное решение

В верхней точке по закону Ньютона имеем

$m\frac{v^2}{l} = mg - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l^2} + F,$ где $F \geq 0$ – сила натяжения лески, v – скорость грузика в верхней точке, ε_0- электрическая постоянная.

$$=> \quad \frac{Fl}{m} = v^2 - \left(gl - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l\, m}\right) \geq 0 .$$

Следовательно должно выполняться $\quad v^2 \geq gl - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l\, m}$

Тогда, если: а). $gl - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l\, m} \geq 0$, то $\quad {v_{min}}^2 = gl - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l\, m}$; (1)

б). $gl - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l\, m} \leq 0$, то $\quad {v_{min}}^2 = 0.$ (2)

По З.С.Э., т.к. потенциальная энергия взаимодействия зарядов не меняется, имеем

$\frac{mv_{0,min}{}^2}{2} = mgl + \frac{mv_{min}{}^2}{2}$, где v_0 – начальная скорость.

$$=> \quad v_{0,min}{}^2 = v_{min}{}^2 + 2gl \qquad (3)$$

Подставляя (1), (2) в (3) получаем:

$$\text{а).} \quad v_{0,min}{}^2 = 3gl - \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l\, m}, \qquad \text{при} \quad mg \geq \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l^2};$$

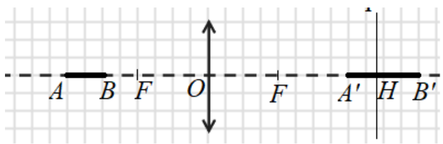
$$\text{б).} \quad v_{0,min} = \sqrt{2gl}, \qquad \text{при} \quad mg \leq \frac{qQ_0}{4\pi\varepsilon_0 l^2}..$$

5. Светящаяся нить филаментной лампы длиной 10 см расположена вдоль на оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием 20 см. Диаметр линзы равен 5 см. Ближайший к линзе конец нити находится на расстоянии 30 см от линзы. На каком расстоянии от линзы нужно расположить экран, чтобы диаметр светлого пятна, создаваемого светящейся нитью на экране, был минимальным? Диаметр линзы 5 см. Толщиной нити пренебречь.

Решение

Пусть *A* и *B* – концевые точки нити, *A′* и *B′* – изображения этих точек.

$x_A = AO = 40$ см, $x_B = BO = 30$ см, $y_A = OA'$, $y_B = OB'$.



Найдем положения изображений концов нити A' и B' .

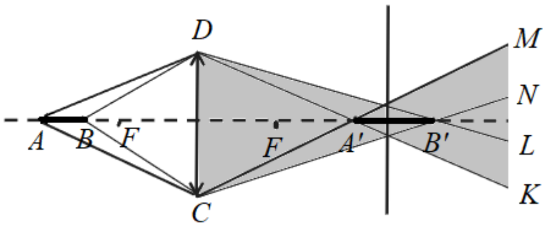
По формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{x_A} + \frac{1}{y_A} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{x_B} + \frac{1}{y_B} = \frac{1}{F}.$$

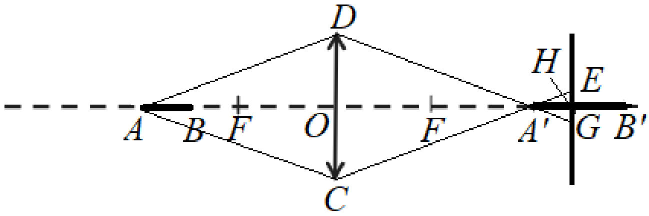
Отсюда

$$y_A = \frac{x_A F}{x_A - F} = 40 \text{ см}, \qquad y_B = \frac{x_B F}{x_B - F} = 60 \text{ см}.$$

Границу освещаемой зоны за линзой определяют лучи, проходящие вблизи краев линзы и исходящие от концевых точек *A* и *B*. Это лучи *AD-DK*, *AC-CM* и *BD-DL*, *BC-CM*. Наименьший диаметр пятна на экране будет в месте пересечения лучей *CM* и *DL*, *CN* и *DK*.



Пусть $y_э = OH$ – расстояние от линзы до экрана. Найдем диаметр пятна $d_A = EG$, образуемого лучами, исходящими из точки A.

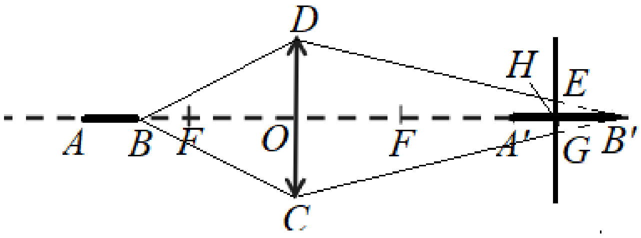


Из подобия треугольников DCA′ и A′EG:

$$\frac{EG}{CD} = \frac{A'H}{OA'}, \qquad EG = \frac{A'H}{OA'}CD, \qquad A'H = OH - OA' = y_э - y_A, \qquad CD = d_л = 5 \text{ см}.$$

$$d_A = \frac{y_э - y_A}{y_A} d_л.$$

Найдем диаметр пятна d_B, образуемого лучами, исходящими из точки B. Из подобия треугольников DCB′ и B′EG:



$$\frac{EG}{CD} = \frac{B'H}{OB'}, \qquad EG = \frac{B'H}{OB'}CD, \qquad B'H = OB' - OH = y_B - y_э.$$

$$d_B = \frac{y_B - y_э}{y_B} d_л.$$

Диаметр пятна на экране будет минимальным при $d_A = d_B$.

$$\frac{y_э - y_A}{y_A} d_л = \frac{y_B - y_э}{y_B} d_л$$

Отсюда

$$y_э = \frac{2y_A y_B}{y_A + y_B} = 48 \text{ см}.$$

11 класс, 3 вариант

1. На рис. изображен график средней скорости движения автомобиля от пройденного пути. Найти отношение его средних скоростей на участке ускорения и за последнюю треть времени движения.

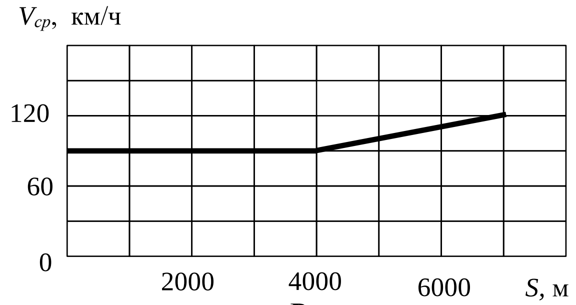


Рис.

Возможное решение

На участке от 0 км до 4 км – этап равномерного движения.

На участке от S_1 =4 км = 4000 м до S_2 =7 км = 7000 м – этап ускорения, движение с увеличивающейся средней скоростью от $V_{ср1} = 90\ \frac{км}{ч} = 25\frac{м}{с}$ до $V_{ср2} = 120\ \frac{км}{ч} \approx 33{,}3\frac{м}{с}$. Соответствующие моменты времени равны

$t_1 = \frac{S_1}{V_{ср1}} = \ 160\ с$ и $t_2 = \frac{S_2}{V_{ср2}} \approx\ 210\ с$

=> $V_{ср12} = \frac{S_{21}}{t_2 - t_1} = \frac{7000-4000}{210-160} = 60\frac{м}{с} \approx 216\frac{км}{ч}$.

Т.к. $\Delta t = \frac{1}{3}t_2 = 70\ c\ >\ t_2 - t_1 = 50\ c$. => Начало рассматриваемого промежутка движения происходит при $t_0 = t_2 - \Delta t = 140\ с$ и $S_0 = V_{ср1}t_0 = 25\ \frac{м}{с} * 140\ с = 3500\ м$.

Тогда $V_{ср,\Delta t} = \frac{S_2 - S_0}{\Delta t} = \frac{7000-3500}{70} = 50\frac{м}{с}$

=> $\frac{V_{ср12}}{V_{ср,\Delta t}} = \frac{216}{50} = 4{,}32$

Ответ: $\mathbf{4{,}32}$.

2. Плотность расплавленного металла оказалась меньше его плотности в твердом состоянии на 8 %. При охлаждении этого жидкого металла в цилиндрическом сосуде постоянного сечения он отвердевает снизу. Скорость опускания верхней границы жидкого металла при этом равна u = 3 мм/с. На сколько поднимется граница отвердевшего металла за 3 с?

Возможное решение

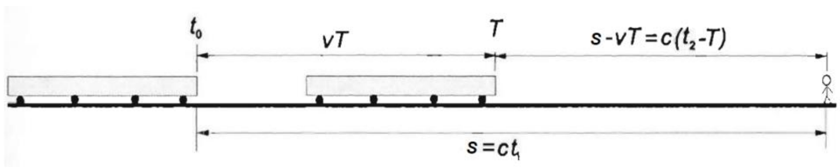
Плотность расплавленного металла через его плотность в твёрдом состоянии: ρ= 0,92ρ₀ (100% – 8% = 92 % => 0,92). За единицу времени высота столбика расплава уменьшается на v единиц снизу и на u единиц сверху. Столбик же твёрдого металла за единицу времени вырастает на v. Тогда из закона сохранения массы и одинаковости сечения цилиндрического сосуда имеем: ρ (v + u) S = ρ₀ v S. Откуда v $= \frac{\rho u}{\rho_o - \rho} = \frac{\frac{\rho}{\rho_o}u}{1-\frac{\rho}{\rho_o}} = \frac{0{,}92u}{1-0{,}92} =$ $34{,}5\frac{мм}{с}$ => $\Delta x = v\Delta t = 34{,}5 * 3 = 103{,}5$ мм.

Ответ: $\mathbf{103{,}5}$ **мм.**

3. Поезд, приближаясь к перекрестку, регулируемому шлагбаумом, подает

звуковой сигнал длительностью T = 4 с. Скорость поезда v = 108 км/ч. Звуковой сигнал прекращается до достижения поездом перекрестка. Какова длительность сигнала, которую слышат люди, ждущие открытия шлагбаума? Скорость звука c = 340 м/с.

Возможное решение



Пусть $t_0 = 0$ момент начала подачи звукового сигнала, s – расстояние поезда до перекрестка. Сигнал до перекрестка доходит в момент времени

$$t_1 = \frac{s}{c}.$$

За время подачи сигнала T поезд проходит расстояние vT, до перекрестка остается $s - \mathrm{vT}$. Конец сигнала доходит до перекрестка в момент времени

$$t_2 = \mathrm{T} + \frac{s - \mathrm{vT}}{c}.$$

Длительность сигнала для стоящих на перекрестке

$$T_1 = t_2 - t_1 = \mathrm{T} + \frac{s - \mathrm{vT}}{c} - \frac{s}{c} = \mathrm{T} - \frac{\mathrm{vT}}{c} = \mathrm{T}\left(1 - \frac{\mathrm{v}}{c}\right) = 4\left(1 - \frac{30}{340}\right) = 3{,}65 \text{ с.}$$

4. К телу массой 2 кг приложены две противоположно направленные силы (рис. a), которые меняются со временем (см графики b,c). Правая нить прикреплена к неподвижной стойке. Найти смещение тела за 0,4 с. Весом блока пренебречь, нити длинные, невесомые и нерастяжимые. Первоначально тело покоилось, а коэффициент его трения о поверхность равен 0,2.

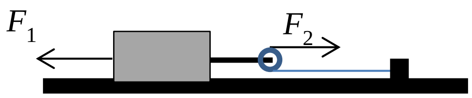


Рис. a

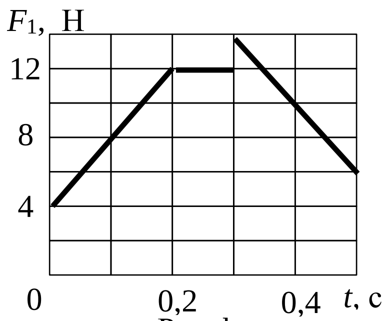


Рис. b

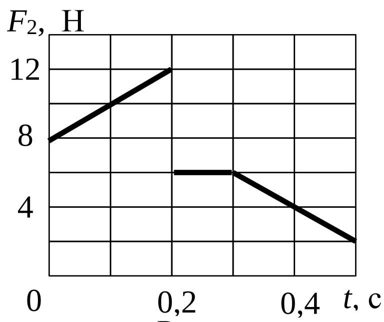


Рис. c

Возможное решение

Пусть ось x направлена вправо вдоль поверхности. Справа на тело из-за наличия блока будет действовать удвоенная сила $2F_2$, поэтому $F_{12x} = 2\,F_2 - F_1$. Путем вычитания графиков, приведенных на рис. b и d, с учетом множителя 2 построим график F_{12x} – см. рис. d.

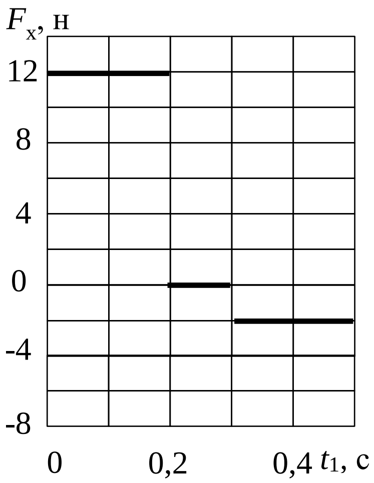


Рис. d

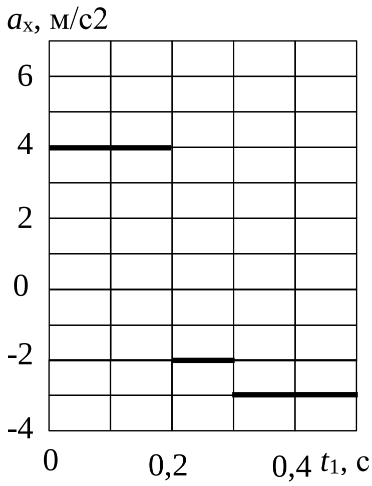


Рис. g

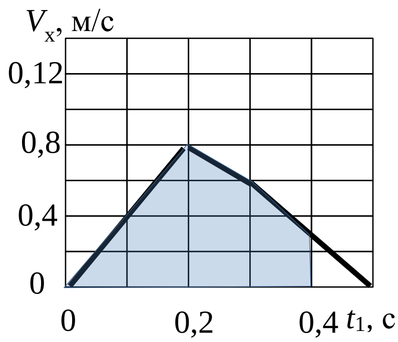


Рис. h

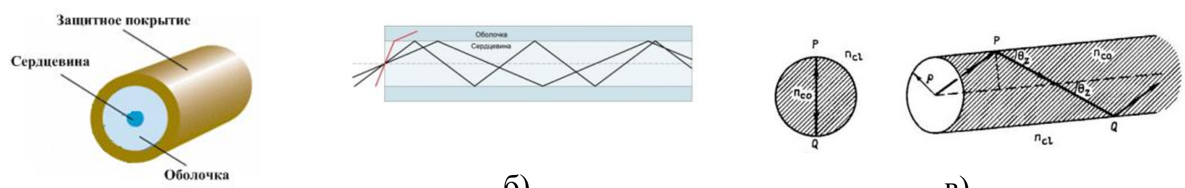
При учете силы трения $F_{тр} = \mu mg = 0{,}2 * 2 * 10 = 4$ Н, определяем ускорения $a = \frac{F_{12x} - F_{тр}}{m}$ и строим график ускорения – рис. g. На основании этого графика строим график скорости V_x от времени (рис.h).

Смещение тела равно площади под кривой на этом графике

$$x = \frac{1}{2} * 0{,}8 * 0{,}2 + \frac{1}{2} * (0{,}8 + 0{,}6) * 0{,}1 + \frac{1}{2} * (0{,}6 + 0{,}3) * 0{,}1 = 0{,}195 \text{ м} = 19{,}5 \text{ см}.$$

Ответ: 19,5 см.

5. Оптическое волокно, как правило, имеет круглое сечение и состоит из двух частей — сердцевины и оболочки (рис. *а*). Для обеспечения полного внутреннего отражения показатель преломления сердцевины несколько выше показателя преломления оболочки. Луч света, направленный в сердцевину, будет распространяться по ней, многократно отражаясь от оболочки (рис. *б*). Лучи, пересекающие ось волокна между точками отражений называют *меридиональными* (рис. *в*). Для оптического волокна длиной $L = 1$ км найдите разность времен прохода осевого луча (осевой луч распространяется вдоль оси волокна без отражений) и меридионального луча максимальной длины. Показатель преломления оболочки равен $n_{об} = 1{,}474$, а показатель преломления сердцевины — $n_с = 1{,}479$.



а) б) в)

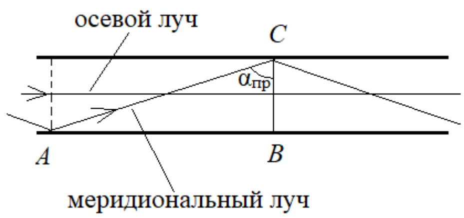
Рис.

Возможное решение

Предельный угол полного внутреннего преломления на границе оболочка-сердцевина находится из соотношения

$\sin\alpha_{\text{пр}} = \frac{n_{\text{об}}}{n_{\text{с}}}$.

Меридиональный луч будет иметь максимальную длину, если он падает на границу под углом $\alpha_{\text{пр}}$.



Отношение длин отрезков AB и AC будет отношением длины осевого луча к длине меридионального.

$$\frac{AB}{AC} = \sin\alpha_{\text{пр}} = \frac{n_{\text{об}}}{n_{\text{с}}}.$$

Длина всего меридионального луча

$$L_{\text{м}} = L\frac{n_{\text{с}}}{n_{\text{об}}}.$$

Разность длин

$$\Delta L = L_{\text{м}} - L = L\left(\frac{n_{\text{с}}}{n_{\text{об}}} - 1\right) = L\frac{n_{\text{с}} - n_{\text{об}}}{n_{\text{об}}} = 3{,}4 \text{ м}.$$

Скорость распространения лучей в сердцевине

$$v = \frac{c}{n_{\text{с}}}.$$

Разность времен прохождения

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{v} = \frac{\Delta L}{c}n_{\text{с}} = 1{,}67\cdot10^{-8} \text{ с}.$$