

9 класс, 1 вариант

Задача 1. У вас имеется 1 л воды при температуре 100 С и 1 л молока при температуре 0 С, а также любые необходимые вам принадлежности (емкости различной формы и объема). Если пренебречь всеми возможными потерями теплоты (например, за счет теплообмена с окружающей средой, теплообмена с емкостями), то можно ли 1 л молока нагреть до температуры свыше 50 градусов, используя теплоту воды? Если можно, то как это сделать? Если нельзя, то почему нельзя? Считать, что теплоемкости молока и воды одинаковы, во время экспериментов их нельзя смешивать.

Решение.

Можно.

1. Например, в сосуд с молоком опускаем в таре 0,5 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру t воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(t - 0) = C0,5m(100 - t)$ Отсюда $1,5t = 50$, $t = 100/3$ °С.

2. Теперь в это молоко опускаем в таре оставшееся 0,5 литра воды.

3. Из уравнения теплового баланса находим температуру t воды и молока после установления теплового равновесия

$$Cm(T - t) = C0,5m(100 - T)$$

$$\text{Отсюда } 1,5T = 50 + t = 50 + 100/3, T = (250/4,5) \text{ °С} = 55,5\text{°С.}$$

Ответ: Можно.

Задача 2. Два стальных шарика находятся на одной вертикальной линии на разных высотах. Один - на высоте $h_1 = 500$ см, а другой - на высоте $h_2 = 100$ см. Оба шарика одновременно отпускают. Внизу находится упругая плита. Через сколько времени произойдет второе столкновение шариков?

Решение.

1. Найдем время, когда верхний шарик пролетит 4м (1м от стола).

$h_1 = gt_1^2/2$; $t_1^2 = 2h_1 / g = 0,8$. $t_1 = 2\sqrt{0,2} = 0,894$ с. За это же время нижний шарик вернется в исходную точку. Т.е., произойдет их первое столкновение. После удара они обменяются импульсами: верхний шарик остановится, а нижний полетит вниз с начальной скоростью $v = gt_1 = 20\sqrt{0,2} = 8,94$ м/с.

2. Через время t_2 , которое определяется из уравнения

$h_2 = v t_2 + gt_2^2/2$ ($h_2 = 1\text{м}$; $t_2^2 + 2 v t_2/g - 2 h_2/g = 0$) и равняется $t_2 = 0,053\text{с}$, нижний шарик достигает стола. В этот момент его скорость равна $v_2 = v + gt_2 = 8,94 + 0,53 = 9,47$ м/с. За это же время верхний шарик проходит расстояние $h_3 = gt_2^2/2 = 0,014$ м и имеет скорость $v_3 = gt_2 = 0,53$ м/с.

3. С этого момента начинается встречное движение шариков. Суммарный путь пройденный шариками за время t_3 должна равняться $1 - 0,014 = 0,986$ м. Таким образом, $v_2 t_3 - gt_3^2/2 + v_3 t_3 + gt_3^2/2 = 0,986$ м. Отсюда находим $t_3 = 0,986/(v_2 + v_3) = 0,0986\text{с}$. Время, через которое происходит второе столкновение шариков равняется $t_3 + t_2 + t_3 = 1,046\text{с}$.

Ответ: 1,046с.

Задача 3. Два мотоциклиста едут вдоль одной прямой навстречу друг к другу с одинаковой скоростью. Один мотоциклист подает звуковой сигнал длительностью t_1 , второй мотоциклист принимает сигнал и определяет, что длительность сигнала $0,85t_1$. С какой скоростью едет каждый мотоциклист? Скорость звука в воздухе постоянна и равна 340 м/с.

Решение.

1. Пусть скорости мотоциклистов равны V . Мотоциклист-1 заканчивает подавать звуковой сигнал в точке, расположенной на расстоянии $V \cdot t_1$ от точки начала сигнала. Движение мотоциклиста-1 приводит к тому, что длительность сигнала для неподвижного слушателя, расположенного впереди него, сокращается на $V \cdot t_1 / 340$. То есть, длительность составит $t_3 = t_1 \cdot (1 - v/340)$.

2. Но у нас мотоциклист-2 тоже подвижный, и для него длительность сигнала сократится и составит $t_3 \cdot 340 / (V + 340) = t_3 / (1 + v/340) = t_1 \cdot (1 - v/340) / (1 + v/340)$.

3. По условию задачи длительность сигнала для от мотоциклиста-2 $0,85t_1$.

$$0,85t_1 = t_1 (1 - v/340) / (1 + v/340); = 0,85 (340 + v) = 340 - v; v = 27,56 \text{ м/с} = 99,24 \text{ км/час.}$$

Ответ: 99,24 км/час.

Задача 4. Петя, Коля и Оля бегают по круговой дорожке стадиона, длина круга которого 400 м, с постоянными скоростями. Скорость Пети 18 км/ч, Коли – 10 км/ч. С какой скоростью бежит Оля, если в течение всей пробежки она находится ровно посередине между Петей и Колей (расстояния измеряется вдоль дорожки)? Стартовали Петя, Коля и Оля одновременно из одной точки стадиона.

Решение.

1. За час Петя пробежит 18 км, Оля – 10 км.

2. Так как Оля бежит ровно посередине между Петей и Колей, она пробежит 14 км.

3. Следовательно, у нее скорость 14 км/час.

Ответ: 14 км/час.

Задача 5. Во сколько раз изменится показание амперметра при замыкании ключа (см. рисунок), если на входные клеммы участка цепи подается постоянное напряжение? $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$

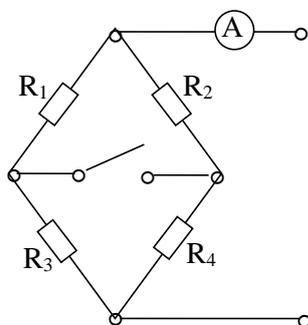
Решение.

1. До замыкания ключа, сопротивление схемы определяется по формуле $1/R_5 = 1/(R_1 + R_3) + 1/(R_2 + R_4)$. Отсюда $R_5 = (R_1 + R_3)(R_2 + R_4) / (R_1 + R_3 + R_2 + R_4) = 25/10 = 2,5 \text{ Ом}$.

2. После замыкания ключа $R_6 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) + R_3 R_4 / (R_3 + R_4) = 25/12 \text{ Ом}$. Показание амперметра $I = U/R$

3. $I_1 = U/R_5$, $I_2 = U/R_6$ $I_1 / I_2 = R_6 / R_5 = 25 / 12 \cdot 25 = 5/6 = 0,833 \text{ раз}$.

Ответ: 0,833 раз.



9 класс, 2 вариант

Задача 1. У вас имеется 1 л воды при температуре 70 С и 1 л молока при температуре 10 С, а также любые необходимые вам принадлежности (емкости различной формы и объема). Если пренебречь всеми возможными потерями теплоты (например, за счет теплообмена с окружающей средой, теплообмена с емкостями), то можно ли нагреть 1 л молока до температуры 42 градусов, используя теплоту воды? Если можно, то как это сделать? Если нельзя, то почему нельзя? Считать, что теплоемкости молока и воды одинаковы, во время экспериментов их нельзя смешивать.

Решение.

Можно.

1. Например, в сосуд с молоком опускаем в таре 0,5 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру t воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(t - 10) = C0,5m(70 - t)$. Отсюда $1,5t = 45$, $t = 30$ °С.

2. Теперь в это молоко опускаем в таре оставшееся 0,5 литра воды.

3. Из уравнения теплового баланса находим температуру T воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(T - t) = C0,5m(70 - T)$. Отсюда $1,5T = 35 + t = 35 + 30$, $T = (65/1,5)$ °С = 43,3°С.

Ответ: Можно.

Задача 2. Два стальных шарика находятся на одной вертикальной линии на разных высотах. Один - на высоте $h_1 = 500$ см, а другой - на высоте $h_2 = 100$ см. Оба шарика одновременно отпускают. Внизу находится упругая плита. На каком расстоянии от плиты произойдет столкновение шариков?

Решение.

1. Найдем время, когда нижний шарик пролетит 1м (до стола).

$$h_1 = gt_1^2/2; t_1^2 = 2h_1 / g = 0,2. t_1 = \sqrt{0,2} = 0,447 \text{ с.}$$

2. Верхний шарик за это время также пролетит 1м. С этого момента начинается их встречное движение. Скорости их также равны $v = gt_1 = 10\sqrt{0,2} = 4,47$ м/с. Суммарный путь, пройденный шариками за время t_2 , должна равняться 4 м.

3. Таким образом, $v t_2 - gt_2^2/2 + v t_2 + gt_2^2/2 = 4$ м. Отсюда находим $t_2 = 4/2v = 0,447$ с – время через которое происходит столкновение шариков. Оно совпадает временем падения шарика с высоты 1м. Следовательно, столкновение шариков происходит на высоте 1м.

Ответ: 1 м.

Задача 3. Два мотоциклиста едут вдоль одной прямой навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Один мотоциклист подает звуковой сигнал длительностью t_1 , второй мотоциклист принимает сигнал и определяет, что длительность сигнала $0,8t_1$. С какой скоростью едет каждый мотоциклист? Скорость звука в воздухе постоянна и равна 340 м/с.

Решение.

1. Пусть скорости мотоциклистов равны V . Мотоциклист-1 заканчивает подавать звуковой сигнал в точке, расположенной на расстоянии $V*t_1$ от точки начала сигнала. Движение мотоциклиста-1 приводит к тому, что длительность сигнала для неподвижного слушателя, расположенного впереди него, сокращается на $V*t_1/340$. То есть длительность составит $t_3 = t_1*(1-v/340)$.

2. Но у нас мотоциклист-2 тоже подвижный, и для него длительность сигнала сократится и составит

$$t_3 \cdot 340 / (v + 340) = t_3 / (1 + v/340) = t_1 \cdot (1 - v/340) / (1 + v/340).$$

3. По условию задачи длительность сигнала для от мотоциклиста $2,08t_1$.
 $0,8t_1 = t_1 (1 - v/340) / (1 + v/340)$; $= 0,8 (340 + v) = 340 - v$; $v = 37,8 \text{ м/с} = 136 \text{ км/час}$.

Ответ: 136 км/час.

Задача 4. Петя и Коля бегают по круговой дорожке стадиона, длина круга которого 400 м, с постоянными скоростями. Скорость Пети 18 км/ч, Коли – 10 км/ч. Через какое время после старта Петя впервые догонит Колю? Стартовали Петя и Коля одновременно из одной точки стадиона. Ответ выразите в км/ч и округлите до целого числа.

Решение.

1. Выразим скорости Пети и Коли в м/с. Скорость Пети окажется 5 м/с, а Коли – $10/3,6 \text{ м/с}$. Через время t Петя обгонит Колю на целый круг, т.е., на 400 м.

2. Составим уравнение. $5t - 10/3,6 t = 400$.

3. Решив данное уравнение находим t : $t = 180 \text{ с}$. За это время Петя пробежит 900 м, а Коля – 500 м.

Ответ: 180с.

Задача 5. Во сколько раз изменятся показания амперметра при замыкании ключа (см. рисунок), если на входные клеммы участка цепи подаётся постоянное напряжение? $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$.

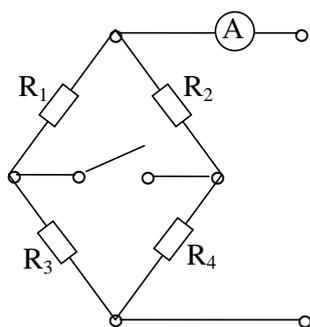
Решение.

1. До замыкания ключа, сопротивление схемы определяется по формуле $1/R_5 = 1/(R_1 + R_3) + 1/(R_2 + R_4)$. Отсюда $R_5 = (R_1 + R_3)(R_2 + R_4) / (R_1 + R_3 + R_2 + R_4) = 24/10 = 2,4 \text{ Ом}$.

2. После замыкания ключа $R_6 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) + R_3 R_4 / (R_3 + R_4) = 25/12 \text{ Ом}$.
 Показание амперметра $I = U/R$

3. $I_1 = U/R_5$, $I_2 = U/R_6$ $I_1 / I_2 = R_6 / R_5 = 25 \cdot 10 / 12 \cdot 24 = 250/288 = 0,868$.

Ответ: 0,868 раз



9 класс, 3 вариант

Задача 1. У вас имеется 1 л воды при температуре 80 С и 1 л молока при температуре 10 С, а также любые необходимые вам принадлежности (емкости различной формы и объема). Если пренебречь всеми возможными потерями теплоты (например, за счет теплообмена с окружающей средой, теплообмена с емкостями), то можно ли нагреть 1 л молока до температуры 50 градусов, используя теплоту воды? Если можно, то как это сделать? Если нельзя, то почему нельзя? Считать, что теплоемкости молока и воды одинаковы, во время экспериментов их нельзя смешивать.

Решение.

Можно.

1. Например, в сосуд с молоком опускаем в таре 0,25 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру t воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(t - 10) = C0,25m(80 - t)$. Отсюда $1,25t = 20 + 10$, $t = 24^\circ\text{C}$.

Теперь в это молоко опускаем в таре еще 0,25 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру T воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(T - t) = C0,25m(80 - T)$. Отсюда $1,25T = 20 + 24 = 44$; $T = (44/1,25)^\circ\text{C} = 35,2^\circ\text{C}$.

2. Теперь в это молоко опускаем в таре еще 0,25 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру T воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(T - t) = C0,25m(80 - T)$. Отсюда $1,25T = 20 + 35,2 = 55,2$. $T = (55,2/1,25)^\circ\text{C} = 44,16^\circ\text{C}$.

3. Теперь в это молоко опускаем в таре еще 0,25 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру T воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(T - t) = C0,25m(80 - T)$. Отсюда $1,25T = 20 + 35,2 = 55,2$. $T = (55,2/1,25)^\circ\text{C} = 44,16^\circ\text{C}$

Теперь в это молоко опускаем в таре последнее 0,25 литра воды. Из уравнения теплового баланса находим температуру T воды и молока после установления теплового равновесия $Cm(T - t) = C0,25m(80 - T)$. Отсюда $1,25T = 20 + 44,16 = 66,16$. $T = (66,16/1,25)^\circ\text{C} = 52,928^\circ\text{C}$

Ответ: Можно.

Задача 2. Два стальных шарика находятся на одной вертикальной линии на разных высотах. Один - на высоте $h_1 = 250$ см, а другой - на высоте $h_2 = 50$ см. Оба шарика одновременно отпускают. Внизу находится упругая плита. Через сколько времени произойдет столкновение шариков?

Решение.

1. Найдем время, когда нижний шарик пролетит 1м (до стола).

$h_1 = gt_1^2/2$; $t_1^2 = 2h_1 / g = 0,2$. $t_1 = \sqrt{0,2} = 0,447$ с. Верхний шарик за это время также пролетит 1м.

2. С этого момента начинается их встречное движение. Скорости их также равны $v = gt_1 = 10\sqrt{0,2} = 4,47$ м/с. Суммарный путь, пройденный шариками за время t_2 , должна равняться 4 м. Таким образом, $v t_2 - gt_2^2/2 + v t_2 + gt_2^2/2 = 4$ м.

3. Отсюда находим $t_2 = 4/2v = 0,447$ с – время через которое происходит столкновение шариков. Оно совпадает временем падения шарика с высоты 1м. Следовательно, столкновение шариков происходит на высоте 1м через время $2t_1 = 0,894$ с.

Ответ: 0,894 с.

Задача 3. Два мотоциклиста едут вдоль одной прямой навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Один мотоциклист подает звуковой сигнал длительностью $0,76t_1$, второй мотоциклист принимает сигнал и определяет, что длительность сигнала $0,76t_1$. С какой скоростью едет каждый мотоциклист? Скорость звука в воздухе постоянна и равна 340 м/с.

Решение.

1. Пусть скорости мотоциклистов равны V . Мотоциклист-1 заканчивает подавать звуковой сигнал в точке, расположенной на расстоянии $V \cdot t_1$ от точки начала сигнала. Движение мотоциклиста-1 приводит к тому, что длительность сигнала для неподвижного слушателя, расположенного впереди него, сокращается на $V \cdot t_1 / 340$. То есть, длительность составит $t_3 = t_1 \cdot (1 - v/340)$.

2. Но у нас мотоциклист-2 тоже подвижный, и для него длительность сигнала сократится и составит $t_3 \cdot 340 / (V + 340) = t_3 / (1 + v/340) = t_1 \cdot (1 - v/340) / (1 + v/340)$.

3. По условию задачи длительность сигнала для от мотоциклиста-2 $0,76t_1$.

$$0,76 t_1 = t_1(1-v/340)/(1+v/340); = 0.76 (340 + v) = 340 - v; v = 46,36 \text{ м/с} = 167 \text{ км/час.}$$

Ответ: 167 км/час.

Задача 4. Петя, Коля и Оля бегают по круговой дорожке стадиона, длина круга которого 400 м, с постоянными скоростями. Скорость Пети 18 км/ч, Коли – 10 км/ч. Оля в течение всей пробежки находится ровно посередине между Петей и Колей (если измерять расстояния вдоль дорожки)? Через какое время после старта Петя, Коля и Оля встретятся втроем в первый раз? Стартовали Петя, Коля и Оля одновременно из одной точки стадиона.

Решение.

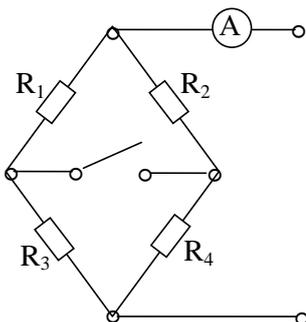
1. За час Петя пробежит 18 км, Оля – 10 км. Так как Оля бежит ровно посередине между Петей и Колей, она пробежит 14 км, следовательно, у нее скорость 14 км/час.

2. За 1 час Петя обгонит Олю на 4 км, а Оля обгонит Колю так же на 4 км. За 0,1 часа Петя обгонит Олю на 400 м, а Оля обгонит Колю так же на 400 м. 3. Т.е., на целый круг. Таким образом, через 0.1 часа они все окажутся в одной точке. 0.1 часа это 6 минут, или 360 секунд.

Ответ: 360 с.

Задача 5. Во сколько раз изменятся показания амперметра при замыкании ключа (см. рисунок), если на входные клеммы участка цепи подаётся постоянное напряжение? $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$

Решение.



1. До замыкания ключа, сопротивление схемы определяется по формуле $1/R_5 = 1/(R_1 + R_3) + 1/(R_2 + R_4)$. Отсюда $R_5 = (R_1 + R_3)(R_2 + R_4) / (R_1 + R_3 + R_2 + R_4) = 45/14 = 3,2 \text{ Ом}$.

2. После замыкания ключа $R_6 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) + R_3 R_4 / (R_3 + R_4) = 154/45 = 3,4 \text{ Ом}$. Показание амперметра $I = U/R$

3. $I_1 = U/R_5$, $I_2 = U/R_6$ $I_1 / I_2 = R_6 / R_5 = 3,4 / 3,2 = 1,06 \text{ раз}$

Ответ: 1,06 раз